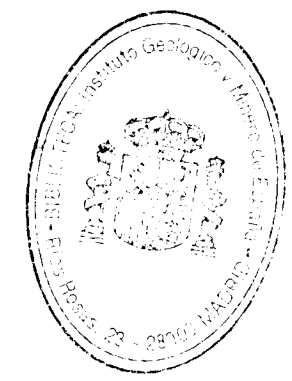


34.780

RAMÓN RODRÍGUEZ PONS-ESPARVER

18 JUN 2001

**METODOLOGÍA DE ESTIMACIÓN
AUTOMÁTICA DE PARÁMETROS DE
SUELOS ARENOSOS EN ENSAYOS
PRESIOMÉTRICOS**



Instituto Geológico y Minero de España
2001

CCN 60398

Colección:
MEMORIAS -105

Ninguna parte de este libro puede ser reproducida o transmitida en cualquier forma o por cualquier medio, electrónico o mecánico, incluido fotocopias, grabación o por cualquier sistema de almacenar información sin el previo permiso escrito del autor y editor.

Fotografías de la cubierta:
Ramón Rodríguez Pons-Esparver.
Gentileza de Geocontrol, S.A.

© Ramón Rodríguez Pons-Esparver
© Instituto Geológico y Minero de España
Ríos Rosas, 23
28003 Madrid

Depósito Legal:
ISBN: 84-7840-420-1
NIPO: 405-00-007-5

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo de tesis comenzó gracias a una beca de Formación de Personal Investigador del Ministerio de Educación y Ciencia. Con ella me fue posible realizar varias estancias breves en las instalaciones que el Ismes, Spa tiene en Bèrgamo (I). De la colaboración entre el Ismes y el Departamento de Matemática Aplicada y Métodos Informáticos de la E.T.S.I. de Minas de Madrid y de la participación conjunta en el proyecto europeo Interclay II surgió la posibilidad de desarrollar el trabajo que a continuación se presenta.

A lo largo de estos años han sido muchas las personas que de una u otra forma me han apoyado y acompañado. A todas ellas mi más sincero agradecimiento.

Quiero agradecer a Dña. Rita Pellegrini, ingeniero del Ismes, su disponibilidad y apoyo durante mi permanencia en Bèrgamo.

Agradezco también a D. Manuel Pastor Pérez sus sugerencias y el haberme facilitado el programa de elementos finitos que ha permitido obtener los resultados para el modelo de comportamiento no analítico.

En especial quiero mostrar mi agradecimiento a mi Director de Tesis D. Fco Javier Elorza Tenreiro por su ayuda, ánimo, asesoramiento y supervisión del trabajo de tesis que se presenta a continuación. Ha sido un trabajo largo, lleno de paciencia y dedicación que ha merecido la pena.

Deseo agradecer al Departamento de Matemática Aplicada y Métodos Informáticos de la E.T.S.I. de Minas la colaboración prestada en la realización de esta tesis, tanto desde un punto de vista personal como por los medios técnicos facilitados.

El trabajo de estos años me ha ayudado a descubrir realmente qué es trabajar, dónde está la utilidad del trabajo. Muchas veces ésta no se percibe o se piensa que reside en que el trabajo tenga una buena contraprestación económica. Pero

mientras uno está haciendo la tesis necesita percibir esa utilidad en el instante que uno pasa frente al ordenador o mientras está estudiando. He aprendido que la utilidad del estudio, del trabajo, ... de la vida está en preguntarse por qué y encontrar un significado que hace posible abrazar todo lo que sucede.

"La preocupación del hombre y de su destino debe constituir siempre el interés principal de todos los esfuerzos técnicos; no lo olvideis nunca, en medio de vuestros diagramas y ecuaciones"

Albert Einstein

A este descubrimiento han contribuido de forma cotidiana mis amigos y mi familia. En especial Gloria, mi mujer, a la que quiero agradecer su compañía, paciencia y colaboración. Como no citar a mis dos hijas, Marina y Leticia que, con su presencia y alegría, han contribuido también a mantener el ánimo.

Madrid, 25 de mayo de 1998

La publicación de esta tesis por parte del Instituto Geológico y Minero de España me permite incluir también en el agradecimiento de este libro a mi tercera hija, Gloria. Con ello quiero dejar constancia de la gratitud que tengo a mi familia, lugar donde continuamente recupero la pasión y el gusto por el trabajo, por su significado.

Madrid, 11 de febrero de 2001

RESUMEN

El trabajo que se presenta en esta memoria establece una metodología de interpretación automática del ensayo presiométrico que se puede emplear en el diseño geotécnico con eficacia. Dicha metodología requiere por un lado modelos de constitutivos que sean capaces de reproducir la respuesta del ensayo en el medio considerado —en el caso que nos ocupa, suelos arenosos—, y por otro, métodos de identificación de los parámetros característicos del material a partir de los datos experimentales.

Se han aplicado varias técnicas de identificación de parámetros a dos modelos de comportamiento diferentes de la respuesta presiométrica en medios arenosos. Uno de ellos es un modelo analítico elástico no lineal [Ferreira, 1992] y el otro un modelo elastoplástico clásico [Druker-Prager, 1952].

En lo que se refiere a los algoritmos de minimización se ha empleado un método del tipo Gaus-Newton [Marquardt, 1963] y un método de búsqueda directa [Box, 1974]. También se han considerado los llamados métodos de recocido simulado [Kirkpatrick, 1984]. Tras el proceso de minimización de la función objetivo se ha llevado a cabo un análisis de incertidumbre de los parámetros obtenidos mediante dos técnicas: el cálculo de la desviación típica [Nash, 1987] y la técnica de jackknife [Efron, 1982].

Los datos que se emplean para llevar a cabo y validar esta metodología proceden de un conjunto de ensayos presiométricos (SBP) drenados realizados en celda de calibración con arenas del Ticino [Belloti *et al* , 1987].

Con todo ello se ha desarrollado un código de ordenador que incluye diferentes técnicas de estimación automática de parámetros geotécnicos a partir del ensayo presiométrico. Este código puede ser fácilmente ampliado para la determinación de otros parámetros correspondientes a otros ensayos geotécnicos o geomecánicos.

ABSTRACT

The work presented in this research propose a methodology about the automatic interpretation of data provided by the pressuremeter test that can be used in a efficiency way in the geotechnical design. This methodology firstly requires mathematical models capable to reproduce the response observed in the experiment in the considered soil —sandy soils in our case—, and secondly, identification methods of material characteristic parameters from experimental data.

Different parameter identification methods have been applied to a two material behaviour models of the pressuremeter response in sandy soils. One of them is an analytic non linear elastic model [Ferreira, 1992] and the other, a classical elastoplastic model [Drucker-Prager, 1952].

According to the minimization algorithms, we used a type of Gauss-Newton method [Marquardt, 1963] and a direct search method [Box, 1974]. It were also considered the simulated annealing methods [Kirkpatrick, 1984]. Once the minimization procedure of the objective function finished a sensitivity analysis of the obtained parameters was performed by means of two techniques: calculation of the standard deviation [Nash, 1987] and the jackknife's technique [Efron, 1982].

The data employed to develop and validate the methodology come from a set of self-boring pressuremeter drained tests (SBP) carry out in a calibration chamber with Ticino sand, reported by Belloti *et al* , 1987.

A computer code was developed including different techniques of automatic estimation of geotechnical parameters beginning from pressuremeter test that can be easily extended to determine others parameters corresponding to a different geotechnical and/or geomechanical tests.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	15
Problemática de la interpretación de ensayos geotécnicos sobre materiales arenosos	15
Objetivos de la tesis	19
Resultados de la memoria	20
Organización de la memoria	21
1. PLANTEAMIENTOS BÁSICOS PARA EL DESARROLLO DE UNA METODOLOGÍA DE IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS	23
1.1 Introducción	23
1.2 El ensayo presiométrico: características principales e información suministrada	25
1.2.1 Características de la resistencia al corte de las arenas	26
1.2.2 Características de la deformabilidad de las arenas	27
1.3 Clasificación de los métodos de interpretación del ensayo presiométrico	27
1.3.1 Clasificación desde un punto de vista mecánico	28
1.3.2 Clasificación desde un punto de vista matemático	29
1.4 Bases de partida para la identificación de parámetros	29
1.4.1 Características de los datos experimentales	32
1.4.2 Principios mecánicos del ensayo presiométrico	33
1.4.2.1 Introducción	33
1.4.2.2 Hipótesis	34
1.4.2.3 Equilibrio del sistema de fuerzas	34
1.4.2.4 Relación entre las deformaciones	36
1.4.2.5 Condiciones iniciales y de contorno	38
1.4.2.6 Leyes constitutivas	39

1.4.3 Técnicas de optimización para problemas inversos	40
1.4.4 Ensayos presiométricos analizados	44
1.5 Conclusiones	44
2. MODELIZACION MECÁNICA DEL ENSAYO PRESIOMÉTRICO.	47
2.1 Introducción	47
2.2 Modelos constitutivos para ensayos presiométricos drenados	47
2.3 Ley hiperbólica. Aspectos básicos	50
2.3.1. Modelo hiperbólico de Ferreira (1992)	53
2.3.1.1 Características generales	53
2.3.1.2 Hipótesis de partida	53
2.3.1.3 Determinación de la ecuación analítica presiométrica de carga	55
2.3.1.4 Interpretación geomecánica de los parámetros del modelo hiperbólico	62
2.4 Modelo elastoplástico de Drucker-Prager	63
2.4.1 Introducción	63
2.4.2 Relación tensión-deformación elástica	66
2.4.3 Criterio de fluencia	66
2.4.4 Relación tensión-deformación elastoplástica	69
2.4.5 Parámetros del modelo elastoplástico	73
2.4.6 Formulación matricial del modelo elastoplástico	74
2.4.7 Formulación alternativa para la computación numérica	76
2.4.8 Problemas bidimensionales. Expresiones básicas	80
2.4.8.1 Tensión plana	80
2.4.8.2 Deformación plana	80
2.4.8.3 Axisimetría	81
2.4.9 Ecuaciones que gobiernan el comportamiento elastoplástico de un sólido axisimétrico	83
2.4.10 Planteamiento del problema de contorno. Formulación fuerte ..	85
2.4.11 Simulación numérica del ensayo presiométrico utilizando el modelo elastoplástico	86
2.4.11.1 Introducción	86
2.4.11.2 Formulación mediante el método de elementos finitos ...	86

3. TÉCNICAS NUMÉRICAS DE OPTIMIZACIÓN PARA LA IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS GEOTÉCNICOS	103
3.1 Introducción	103
3.2 Estimación paramétrica	104
3.2.1 Definición de problema	104
3.2.2 Estimación por el método de mínimos cuadrados. Método general	106
3.3 Estimación por el método de máxima verosimilitud	109
3.3.1 Introducción	109
3.3.2 Definición de la función objetivo	109
3.3.2.1 Inclusión de la información previa sobre los parámetros en la función objetivo	112
3.4 Minimización de la función objetivo	114
3.4.1 Introducción	114
3.4.2 Métodos de búsqueda directa	115
3.4.2.1 Introducción	115
3.4.2.2 Vector de parámetros	117
3.4.2.3 Método de Nelder y Mead. Método Simplex	117
3.4.2.4 Método de Box. Método Complex	124
3.4.2.5 Métodos de Recocido Simulado	129
3.4.2.6 Algoritmos genéticos	137
3.4.3 Métodos de búsqueda indirecta	139
3.4.3.1 Introducción	139
3.4.3.2 Vector de parámetros	140
3.4.3.3 Métodos de Gauss-Newton	140
3.4.3.4 Método de Marquardt	142
3.4.4 Estimación de la dispersión paramétrica	148
3.4.4.1 Introducción	148
3.4.4.2 Método general	148
3.4.4.3 Método de Jackknife	152
3.4.5 Problemática inherente al proceso de minimización	153
3.5 Aplicación de las técnicas numéricas de optimización al modelo de Ferreira	154
3.6 Aplicación de las técnicas numéricas de optimización al modelo de Drucker-Prager	158
3.7 Conclusión	161

4. APLICACIÓN A EJEMPLOS SINTÉTICOS	163
4.1 Introducción	163
4.2 Descripción del ensayo sintético	165
4.3 Modelo de comportamiento elástico no lineal	168
4.3.1 Resultados con el algoritmo de Marquardt	168
4.3.1.1 Parámetros sin escalar	169
4.3.1.2 Escalamiento de parámetros	170
4.3.1.3 Efecto del ruido en las medidas	172
4.3.2 Resultados con el algoritmo Complex	176
4.3.2.1 Parámetros sin escalar	176
4.3.2.2 Escalamiento de parámetros	178
4.3.2.3 Efecto del ruido en las medidas	178
4.3.3 Resultados con el algoritmo de Recocido Simulado	182
4.3.3.1 Parámetros sin escalar	182
4.3.3.2 Escalamiento de parámetros	183
4.3.3.3 Efecto del ruido en las medidas	183
4.4 Modelo de comportamiento elastoplástico	187
4.5 Análisis de la incertidumbre de los resultados	191
4.6 Conclusiones	194
5. APLICACIÓN A EJEMPLOS REALES	199
5.1 Introducción	199
5.2 Ensayo presiométrico nº 222	200
5.2.1 Resultados con el algoritmo de Marquardt	201
5.2.2 Resultados con el algoritmo Complex	203
5.2.3 Resultados con el algoritmo de Recocido Simulado	204
5.2.4 Comparación de los resultados obtenidos para el ensayo nº 222 ...	206
5.2.5 Análisis de incertidumbre para el ensayo nº 222	207
5.3 Ensayo presiométrico nº 225	208
5.3.1 Resultados con el algoritmo de Marquardt	209
5.3.2 Resultados con el algoritmo Complex	211
5.3.3 Resultados con el algoritmo de Recocido Simulado	212
5.3.4 Comparación de los resultados obtenidos para el ensayo nº 225 ...	214
5.3.5 Análisis de incertidumbre para el ensayo nº 225	215
5.4 Ensayo presiométrico nº 228	216

5.4.1 Resultados con el algoritmo de Marquardt	217
5.4.2 Resultados con el algoritmo Complex	219
5.4.3 Resultados con el algoritmo de Recocido Simulado	220
5.4.4 Comparación de los resultados obtenidos para el ensayo nº 228 ...	221
5.4.5 Análisis de incertidumbre para el ensayo nº 228	223
5.5 Ensayo presiométrico nº 228: modelo de Drucker-Prager	224
5.6 Conclusiones	225

6. CONCLUSIONES	227
------------------------------	-----

7. BIBLIOGRAFÍA	231
------------------------------	-----

ANEXO I: TIPOS DE PRESIÓMETROS Y REVISIÓN HISTÓRICA DE ALGUNOS MÉTODOS DE INTERPRETACIÓN	241
AI.1 Introducción	241
AI.2 Tipos de presiómetros	242
AI.2.1 Presiómetro con pre-perforación o de Menard (PBP)	242
AI.2.2 Presiómetro autopercutor (SBP)	242
AI.2.3 Presiómetro de empuje (PIP)	243
AI.2.4 Presiómetro de desplazamiento total (FDP)	244
AI.3 Revisión histórica de algunos métodos de interpretación	248
AI.3.1 Introducción	248
AI.3.2 Ley de comportamiento tensión-deformación clásica	249
AI.3.3 Ley de comportamiento deducida a partir de los datos experimentales	257
AI.4 Conclusiones	259

ANEXO II: DETERMINACIÓN DE LA DEFORMACIÓN ELASTOPLÁSTICA	261
AII.1 Introducción	261
AII.2 Subrutina Residu	261

ANEXO III: DESCRIPCIÓN TÉCNICA DE LOS ENSAYOS Y CARACTERÍSTICAS GENERALES DE LAS ARENAS	269
--	-----

AIII.1	Introducción	269
AIII.2	Instrumentación empleada en los ensayos	269
AIII.2.1	Introducción	269
AIII.2.2	Celda de Calibración	270
AIII.2.3	Deposición pluvial de la arena	271
AIII.2.4	Sistema de adquisición de datos	272
AIII.2.5	Presiómetro autoporforante (SBP)	273
AIII.2.5.1	Módulo de medida	273
AIII.2.5.2	Sistema de autoporforación	274
AIII.3	Fases del ensayo SBP en Celda de Calibración	275
AIII.3.1	Inserción de la sonda presiométrica	276
AIII.3.2	Formación de la muestra de arena	276
AIII.3.3	Condiciones aplicadas en el contorno	276
AIII.3.4	Prueba de expansión	277
AIII.3.5	Determinación de la densidad relativa de la muestra	278
AIII.4	Evaluación de la presión horizontal inicial	278
AIII.5	Características generales de las arenas	279
AIII.5.1	Introducción	279
AIII.5.2	Características del suelo	280
AIII.5.3	Estado de tensiones	280
AIII.5.4	Grado de compactación	281
AIII.5.5	Historia de carga	281
AIII.5.6	Parámetros ingenieriles	281
AIII.5.7	Arenas estudiadas	281
AIII.5.8	Comportamiento de los ensayos sobre arenas TC-4	283
AIII.5.8.1	Ensayos triaxiales	283
AIII.5.8.2	Ensayos presiométricos	286

INTRODUCCIÓN

I.1. PROBLEMÁTICA DE LA REALIZACIÓN E INTERPRETACIÓN DE ENSAYOS GEOTÉCNICOS SOBRE MATERIALES ARENOSOS

Los ensayos geotécnicos en suelos arenosos pretenden caracterizar el comportamiento del medio natural mediante un modelo de comportamiento, definido por unos parámetros representativos, que luego se empleará en el diseño de obras civiles. La obtención de los parámetros del modelo a partir de los datos experimentales es lo que básicamente se conoce como problema inverso. La aplicación de técnicas numéricas de problema inverso a las ciencias de la tierra cada vez es más frecuente al aportar los instrumentos de medida una mayor cantidad y calidad de información y al disponer de mejores medios computacionales para tratarla e interpretarla. En este trabajo de tesis dichas técnicas se aplican en el campo de la geotecnia.

La caracterización de suelos es uno de los temas de mayor interés en geotecnia [Gioda, 1980; Sakurai *et al* , 1983, Wood, 1990, Ladanyi, 1995] aunque no es una tarea sencilla y requiere el empleo de toda la información disponible del medio objeto de estudio. Dicha información se obtiene a partir de la observación *in situ* , de ensayos en campo y mediante ensayos de laboratorio. Es decir, normalmente la muestra que se ensaya en laboratorio se suele tomar de una zona que se ha estudiado previamente mediante una observación *in situ* y sobre la que se han realizado una serie de ensayos de campo. De este modo se busca que los resultados de la caracterización sean representativos del medio natural considerado. Además, los ensayos deberán alterar lo menos posible el medio natural para que la información que se obtiene de los parámetros sea fiable.

Hay que señalar que los ensayos de laboratorio presentan ciertas limitaciones. Uno de sus inconvenientes es el tamaño de las muestras. Normalmente son pequeñas y por tanto incapaces de reflejar la respuesta de una gran masa de material, en la que suele haber fisuras, cementaciones, heterogeneidades. Es lo

que suele generar el llamado efecto de escala. Por este motivo se tiende a estudiar muestras del mayor tamaño posible. Por otro lado es muy difícil que la muestra llegue inalterada al laboratorio ya que suele sufrir los procesos de extracción, transporte, almacenamiento ... que ocasionan la pérdida del estado de tensiones, índice de poros, humedad ... originales.

Los ensayos de campo o ensayos sobre el terreno presentan otro tipo de problemas. En ellos es más difícil definir y conocer las condiciones de contorno, las tensiones y las deformaciones no suelen variar espacialmente de forma uniforme y las condiciones de drenaje suelen no ser conocidas y varían espacial y temporalmente. Además el terreno fácilmente sufre alteraciones al aplicar el instrumento de medida. Por otro lado es cierto que en general los ensayos sobre el terreno recogen y reflejan el efecto de la gran escala, el efecto que tiene en cuenta las heterogeneidades o defecto de uniformidad, que suelen ser los que en última instancia definen el comportamiento del medio a escala de obra civil o minera.

Existen diferentes tipos de ensayos geotécnicos. En particular, el ensayo presiométrico puede llevarse a cabo tanto *in situ* como en laboratorio. Además, este ensayo aporta información [Baguelin *et al* , 1978; Wroth, 1982; Ervin, 1983; Mair y Wood, 1987; Ballivy, 1995] de gran confianza para la caracterización del terreno estudiado al respetar la naturaleza del medio y es uno de los ensayos que se emplea con más frecuencia. Por estas razones, en este trabajo de tesis se ha adoptado este tipo de ensayo.

Desde que L. Menard presentó en 1957 el primer presiómetro para realizar ensayos en campo, se han desarrollado diferentes prototipos con el fin de poder estudiar adecuadamente el comportamiento de distintos medios —suelos arenosos o arcillosos y rocas blandas— sometidos a condiciones distintas. En su conjunto los ensayos presiométricos se clasifican en cuatro grupos: presiómetro de Menard o presiómetro con pre-perforación (Pre-Bored Pressuremeter, PBP), presiómetro autoperforante (Self-Boring Pressuremeter, SBP), presiómetro de desplazamiento total (Full-Displacement Pressuremeter, FDP) y presiómetro de empuje (Push-In Pressuremeter, PIP). La diferencia principal entre unos y otros radica en el modo como se introduce el presiómetro en el medio que se desea estudiar. Inicialmente esta clasificación se reducía a dos tipos de presiómetro: el presiómetro con pre-perforación y el presiómetro au-

toperforante. El primero se lleva a cabo al introducir la sonda en una perforación previa, mientras que el segundo realiza él mismo la perforación a medida que se va introduciendo en el terreno con lo que se reducen las alteraciones del medio en los alrededores de la pared interior del sondeo. Esta clasificación se amplió al desarrollarse el presiómetro de desplazamiento total y el presiómetro de empuje, en los que el ensayo se lleva a cabo introduciendo el presiómetro por empuje en el terreno.

Por otro lado, con la llegada de las celdas de calibración se ha abierto la posibilidad de realizar ensayos presiométricos en laboratorio. Este hecho ha permitido estudiar y mejorar las técnicas de inserción de la sonda y de toma de datos, concebir nuevos ensayos y calibrar los distintos métodos de interpretación existentes que permiten deducir los parámetros de comportamiento del medio.

En lo que respecta al modo de ejecución, todos los ensayos presiométricos obtienen la información del suelo de la misma manera. Básicamente estos experimentos proporcionan la deformación radial de una cavidad cilíndrica en expansión como consecuencia de la presión ejercida en su interior por un fluido. Es decir la expansión de la cavidad indica que se está aplicando una carga sobre el medio —fase de carga—. La deformación será mayor o menor dependiendo de la resistencia del medio y de la presión suministrada. Por el contrario la contracción de la cavidad hace referencia a la descarga del medio —fase de descarga—. Frecuentemente en los ensayos presiométricos se realizan ciclos de descarga-recarga.

Desde que surgieron los primeros presiómetros se vio la necesidad de desarrollar técnicas de interpretación automática —las manuales resultan muy tediosas— de los resultados de los ensayos que aportasen información sobre las propiedades ingenieriles del medio. Por otro lado, se han desarrollado diferentes modelos de comportamiento hidro-mecánicos que buscan reproducir el comportamiento experimental del medio medido en el ensayo presiométrico. Dependiendo del tipo de material —arcilla, arena, roca blanda— y de la fase del ensayo —fase de carga, fase de descarga— que quiere reproducirse se establecen distintas clasificaciones de estos modelos. En este trabajo se hace mención a los modelos de comportamiento de experimentos en medios arenosos. Concretamente el estudio se centra en la fase de carga de un conjunto de experimentos llevados a cabo en celda de calibración.

Cada modelo de comportamiento parte de una serie de principios matemáticos e hipótesis físicas que permiten reproducir y simplificar el problema estudiado. De modo tal, que el grado de aproximación de la solución obtenida mediante el modelo de comportamiento con la solución real dependerá de lo bien o mal que reproduzca la respuesta de cada experimento. Dependiendo del modelo, los parámetros que lo definen pueden ser directamente los parámetros ingenieriles del medio o bien parámetros específicos del modelo. En este último caso se debe definir también la relación que hay entre los parámetros del modelo y los parámetros ingenieriles que se emplean normalmente en ingeniería civil. La mayor parte de los modelos de comportamiento desarrollados para la interpretación de los datos suministrados por los ensayos presiométricos se basan en las teorías de expansión de una cavidad cilíndrica o esférica a partir de los principios básicos de la mecánica de suelos.

En general la información procedente de los ensayos presiométricos se emplea bien directamente en el diseño de cimentaciones [Baguelin *et al* , 1978] sin necesidad de obtener parámetros de resistencia o deformación del medio, o bien, con el fin de aprovechar toda la riqueza de información disponible, en la determinación de los parámetros del medio que se emplean en el diseño geotécnico [Mair y Wood, 1987].

Una vez definido el modelo de comportamiento, el siguiente paso será determinar los parámetros del mismo mediante técnicas manuales o automáticas. A este proceso se le denomina retroanálisis o problema inverso. La denominación de problema inverso surge en contraposición al problema directo. En éste último, a partir del conocimiento de un modelo de comportamiento, de unos parámetros y de las acciones que actúan sobre el sistema se busca simular la respuesta del ensayo. Por el contrario, el problema inverso consiste en estimar los parámetros del modelo de comportamiento a partir de medidas sobre la respuesta del sistema y de la información previa disponible sobre los distintos parámetros.

La estimación paramétrica, dentro de un método de identificación de parámetros, se refiere a un proceso iterativo de comparación entre los datos experimentales suministrados por el ensayo —ensayo presiométrico— y los resultados de la modelización numérica con el fin de determinar sucesivamente nuevos parámetros del modelo. Para ello con la información de los dos

conjuntos de datos se define una función denominada función objetivo. Esta función esta formada fundamentalmente por una suma de términos al cuadrado denominados residuos. Cada residuo es proporcional a la diferencia entre el dato medido experimentalmente y el correspondiente dato calculado numéricamente. El proceso finaliza cuando se llega a aquellos parámetros que minimizan el valor de la función objetivo, o dicho de otro modo, que hacen mínima la diferencia entre la respuesta experimental y la numérica.

Es importante también considerar que los parámetros óptimos, los que mejor reproducen y representan las respuestas del ensayo, deben ser físicamente aceptables. Es decir, se deben establecer unos intervalos de variación admisible para cada uno de ellos. Si el ajuste de parámetros se realiza manualmente este control lo realizará directamente el operador, mientras que si se realiza automáticamente el procedimiento deberá incluir la no violación de los diferentes intervalos de variación paramétrica, así como la dependencia, en su caso, de unos parámetros con otros. Además, también es posible realizando un análisis de sensibilidad obtener información de cuáles son los parámetros principales del modelo —aquellos que al variarlos mínimamente ocasionan un gran crecimiento en la función objetivo,— y cuales tienen menor importancia —pequeñas variaciones en ellos apenas influyen en el valor de la función objetivo—.

En cualquier caso es importante insistir en el hecho de que los parámetros que se obtienen no son los parámetros intrínsecos del medio que se está estudiando sino únicamente los parámetros de comportamiento del medio como consecuencia de someterlo a determinadas historias de carga y/o deformación [B. Ladanyi, 1995].

1.2 OBJETIVOS DE LA TESIS

El trabajo que se presenta en esta memoria establece una metodología de interpretación automática del ensayo presiométrico que se puede emplear en el diseño geotécnico con eficacia. Esta metodología se fundamenta en los objetivos de esta tesis que son los siguientes:

- Estudio de diferentes técnicas de identificación automática de parámetros de modelos no lineales, analizando sus características numéricas y mecánicas fundamentales, su versatilidad y eficacia.

- Verificación del empleo, en el campo de la geotecnia, de los algoritmos elegidos y desarrollados mediante su aplicación a la interpretación de datos reales.
- Análisis de incertidumbre de los parámetros estimados.

I.3. RESULTADOS DE LA TESIS

En este trabajo de tesis se aplican varias técnicas de identificación de parámetros a dos modelos diferentes de comportamiento de la respuesta presiométrica en medios arenosos. Uno de ellos es un modelo analítico elástico no lineal [Ferreira, 1992] y el otro un modelo elastoplástico clásico [Druker-Prager, 1952] por lo que se precisa en este último caso de un método de elementos finitos para llevar a cabo la simulación del ensayo.

En lo que se refiere a los algoritmos de minimización se ha empleado un método del tipo Gaus-Newton [Marquardt, 1963] y un método de búsqueda directa [Box, 1974]. También se han considerado los llamados métodos de recocido simulado [Kirkpatrick, 1984] cuya finalidad es determinar los extremos globales o absolutos de la función objetivo buscando no detenerse en extremos locales, como sucede en ocasiones con algunos algoritmos de optimización. Tras el proceso de minimización de la función objetivo se ha llevado a cabo un análisis de incertidumbre de los parámetros obtenidos mediante dos técnicas: el cálculo de la desviación típica, de la matriz de correlación de los parámetros y del radio de curvatura [Nash, 1987] y la técnica de jackknife [Efron, 1982].

Con todo ello se desarrolló un código de ordenador que incluye diferentes técnicas de estimación automática no lineal de parámetros en suelos a partir del ensayo presiométrico que pueden ser aplicadas para la determinación de parámetros correspondientes a otros ensayos geotécnicos o geomecánicos, con sólo cambiar dentro del programa, el módulo que corresponde al modelo del material utilizado. La metodología que se propone es una metodología muy versátil que incorpora técnicas de identificación automática de parámetros novedosas en geotecnia. Estas técnicas han sido verificadas por un conjunto de ensayos sintéticos, haciendo también un análisis de incertidumbre de los parámetros obtenidos. Posteriormente esta metodología se ha aplicado con éxito a la interpretación de ensayos reales.

Los datos que se emplean para llevar a cabo y validar esta metodología proceden de un conjunto de ensayos presiométricos (SBP) drenados realizados en celda de calibración con arenas del Ticino [Belloti *et al* , 1987].

I.4. ORGANIZACIÓN DE LA MEMORIA

Esta memoria de tesis se desarrolla en seis capítulos y tres anexos. En el primer capítulo se describe sintéticamente en qué consiste un ensayo presiométrico, se hace una breve clasificación histórica de los diferentes métodos de interpretación y por último, se hace referencia de un modo más exhaustivo y detallado a la metodología de identificación de parámetros desarrollada, así como a las etapas y objetivos de la tesis. En el Anexo I se puede encontrar una breve descripción de los diferentes tipos de presiómetros que existen junto a una revisión histórica de los métodos de interpretación más utilizados internacionalmente con el fin de exponer cuál es el estado del arte en la realización e interpretación de ensayos presiométricos.

En el segundo capítulo se hace una revisión de las distintas formas de abordar la simulación de los aspectos mecánicos del ensayo presiométrico, describiendo los dos modelos de comportamiento aquí empleados: modelo hiperbólico o elástico no lineal de Ferreira (1992) y modelo elastoplástico de Drucker-Prager (1952). También se presenta la aplicación del método de elementos finitos empleada en la simulación del ensayo presiométrico con el modelo elastoplástico. Además, en el Anexo II se comenta el procedimiento que emplea el programa de elementos finitos utilizado para determinar la superficie de fluencia en cada momento del proceso de carga, y la evaluación de la posible deformación plástica en el interior de cada elemento finito.

En el tercer capítulo se expone la metodología de identificación de parámetros desarrollada. En primer lugar se define la función objetivo a partir de la información suministrada por el ensayo y la obtenida numéricamente. En segundo lugar se describen los diferentes métodos de optimización empleados para minimizar el valor de dicha función y obtener así el juego de parámetros óptimos para cada modelo de comportamiento. Se hace referencia a la necesidad o no de llevar a cabo un escalamiento de los parámetros del modelo con el fin de obtener mejores valores de la función objetivo. Por último, se describe cómo estudiar la variabilidad o incertidumbre de los parámetros obtenidos.

En el capítulo cuarto se presentan una serie de problemas inversos sintéticos desarrollados a partir de ensayos presiométricos sobre arenas ficticias en los que se analiza cómo se comporta la metodología aquí desarrollada y se comprueba que dicha metodología es adecuada para afrontar el problema de la estimación de parámetros a partir de los datos suministrados por el ensayo. En estos ejemplos se analiza la influencia en los resultados de los posibles errores en los datos de partida, el escalamiento de los parámetros ...

El capítulo quinto aplica la metodología desarrollada a un conjunto de ensayos reales llevados a cabo con arenas del Ticino. Se presentan los resultados obtenidos para cada uno de los modelos de comportamiento, comparando los resultados entre sí y con los resultados obtenidos anteriormente por otros autores. En el Anexo III se describen las distintas fases seguidas en la realización de estos ensayos presiométricos y la instrumentalización empleada en los mismos; también se comentan las características generales de las arenas, sus parámetros ingenieriles más frecuentes y se lleva a cabo un estudio breve de las arenas estudiadas en esta tesis mediante una serie de ensayos triaxiales y presiométricos llevados a cabo en celda de calibración.

Por último, en el capítulo sexto se presentan las principales conclusiones del trabajo, así como las líneas futuras de investigación derivadas de esta tesis.

1. Planteamientos básicos para el desarrollo de una metodología de identificación de parámetros

1.1 INTRODUCCIÓN

Cuando a finales de los años 50 apareció el primer presiómetro éste había sido diseñado como una herramienta para analizar formaciones rocosas compactas y suelos *in situ*. Uno de los primeros presiómetros fue el presiómetro de Menard. Este presiómetro forma parte de la clase de presiómetros con pre-perforación (pre-bored pressuremeter, PBP) que producen una distorsión considerable en el medio. A pesar del cambio significativo del estado de tensiones en el medio provocado por la perforación, la técnica del presiómetro con pre-perforación puede resultar adecuada en suelos rígidos o compactos y en rocas débiles. Los resultados del ensayo se presentan en diagramas presión-deformación y muestran una curva característica de carga denominada curva-s (Figura A1-3, Anexo I). La distorsión causada por la perforación es, de alguna manera, similar a la que genera la preparación de las muestras de los ensayos de laboratorio. En este sentido no se aportaba ninguna mejora. Precisamente por este motivo se dio poca importancia a esta técnica durante los años 60, salvo en Francia donde sí se continuó aplicando y desarrollando.

En los años 70 se desarrolló la técnica del presiómetro autoperforante (self boring pressuremeter, SBP) en un intento de minimizar la distorsión del medio. De este modo se pretendían obtener parámetros de la respuesta de un suelo sin distorsionarlo. A pesar de ser un avance importante respecto a la técnica de pre-perforación, Ghionna *et al* (1983) mostraron que el SBP (Figura 1.1) todavía tenía algunas carencias que continúan hoy siendo objeto de estudio e investigación. En particular, como normalmente sucede siempre que se introducen mejoras en el instrumento de medida, la versatilidad del presiómetro autoperforante es menor que la del de Menard pues puede utilizarse únicamente en suelos con granulometrías relativamente finas —arenas, arcillas—.

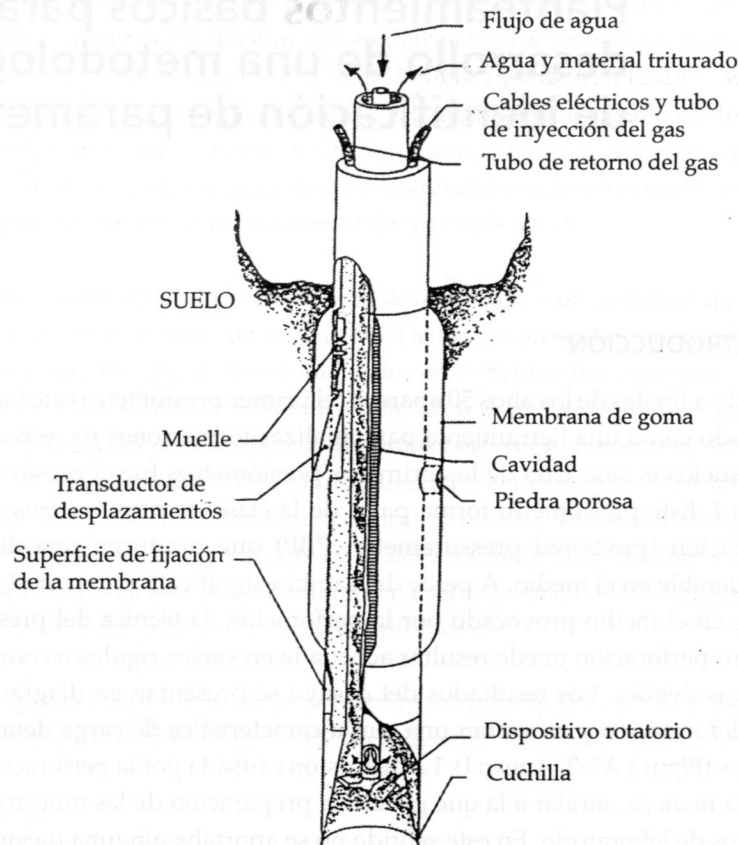


Figura 1.1. Presiómetro autoperforante.
[Manassero, 1987]

En esta breve pero intensa historia del desarrollo de los ensayos presiométricos, se pueden identificar tres áreas principales de investigación:

- La primera se refiere al diseño del propio equipo. En este sentido se ha desarrollado un gran trabajo de investigación principalmente en laboratorios de Inglaterra, Francia, Canadá, EEUU, Italia [Baguelin *et al*, 1978; Ghionna *et al*, 1982; Withers *et al*, 1986; Briaud *et al*, 1986; Campanella *et al*, 1990; Fahey and Carter, 1991].

- La segunda tiene que ver con el diseño del ensayo: ensayos con control de deformaciones, control de tensiones, holding test [Pyrah *et al*, 1985; Belloti *et al*, 1986; Fioravante, 1988].
- El último área de investigación se centra en el desarrollo de métodos de interpretación que permiten obtener automáticamente los parámetros del suelo o los parámetros de diseño geotécnico a partir de los datos del ensayo presiométrico. En este último área se centra el trabajo desarrollado en esta tesis.

Este capítulo comienza haciendo una breve descripción del ensayo presiométrico indicando sus principales características y la información sobre el comportamiento del terreno que se puede obtener con él —poniendo especial atención en los suelos arenosos pues sobre ellos se han llevado a cabo los ensayos con los que se ha trabajado en esta tesis—. A continuación se hace referencia de un modo sintético a una clasificación de los métodos de interpretación del ensayo presiométrico presentes en la literatura tecnológica inter-nacional. Por último, se presenta la metodología de identificación de parámetros desarrollada en esta tesis indicando las causas que la motivan y los objetivos que persigue.

1.2 EL ENSAYO PRESIOMÉTRICO: CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES E INFORMACIÓN SUMINISTRADA

El ensayo presiométrico puede considerarse como uno de los ensayos *in situ* más completos. Con él se puede obtener información de los parámetros de deformabilidad o compresibilidad, y de resistencia del terreno estudiado. Ambos tipos de parámetros se emplean en el diseño geotécnico. Los parámetros de resistencia hacen referencia a la capacidad portante o estabilidad del terreno, mientras que los parámetros de deformabilidad se refieren a los asentamientos o hundimientos del medio. Los parámetros de deformabilidad más empleados son el módulo elástico cortante inicial (G_0) y/o el módulo cortante secante (G_s). En lo que se refiere a los parámetros de resistencia se suele emplear el ángulo de rozamiento interno de pico (ϕ_p).

Las características de las arenas empleadas para verificar la metodología presentada en esta tesis y el comportamiento de las mismas en ensayos presiométricos y triaxiales se describen con detenimiento en el Anexo III.

1.2.1 Características de la resistencia al corte de las arenas

Los factores que ejercen una influencia sobre la resistencia al corte en medios arenosos, para un mismo tipo de arena son los siguientes: densidad relativa (D_R), tensión de confinamiento en la celda (σ_c), anisotropía del medio, tipo de ensayo e historia de carga del suelo. De éstos, los dos factores que más influyen en el valor del ángulo de rozamiento interno de pico —parámetro de resistencia más empleado en ingeniería— son la densidad relativa y la tensión de confinamiento.

Se distinguen diferentes ángulos de rozamiento en un proceso cortante. Algunos de ellos son constantes y otros varían durante el mismo. Todos ellos contribuyen a la resistencia al corte del material.

La resistencia al corte de la arena no se puede explicar únicamente por el rozamiento entre los granos de arena (ϕ_μ) sino que además debe tenerse en cuenta el trabajo debido a la variación de volumen (dilatancia ν) y el trabajo debido al reasentamiento de los granos. El ángulo de dilatancia es la propiedad que se suele emplear para reflejar la tendencia del suelo a dilatarse o contraerse durante el proceso cortante. El estudio de esta propiedad se suele llevar a cabo empleando la ley de la dilatancia de Rowe [1962 y 1972]. La evolución de estas tres componentes que se acaban de enunciar aparece reflejada en la Figura 1.2., Manassero, 1987]

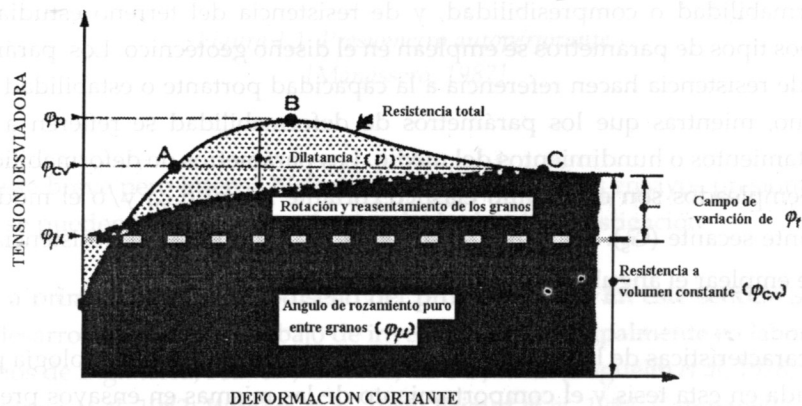


Figura 1.2. Variación del ángulo ϕ_f ante el avance del proceso cortante en un elemento de arena densa.

En ella se muestra la variación del ángulo de rozamiento interno en función de la deformación cortante (γ) y los diferentes tipos de ángulos de rozamiento interno que se definen: ángulo de rozamiento puro entre los granos (ϕ_μ), ángulo de rozamiento interno a volumen constante (ϕ_{cv}), ángulo de rozamiento interno que define la componente de resistencia al corte independiente de la variación de volumen durante la fase desviadora (ϕ_f) (que verifica $\phi_\mu < \phi_f < \phi_{cv}$), y ángulo de rozamiento interno de pico (ϕ_p). A partir de ahora cuando se hable del ángulo de rozamiento interno nos referiremos al ángulo de rozamiento interno de pico.

1.2.2 Características de deformabilidad de las arenas

Al igual que ocurre con la resistencia al corte de las arenas, su deformabilidad depende también de un conjunto de parámetros. Para un mismo tipo de arena las características de su deformabilidad dependen básicamente de los siguientes factores: índice de poros inicial (e_o) o densidad relativa inicial (D_R), tensión de consolidación de referencia (σ_c), historia del estado tensio-deformativo, ángulo formado por la dirección de la tensión principal máxima aplicada sobre la muestra en el pasado y la dirección de la tensión principal máxima durante la fase desviadora, y tiempo transcurrido antes de la aplicación de las tensiones desviadoras.

Cuando se trabaja con deformaciones cortantes (γ) inferiores al $10^{-3}\%$ se puede decir [Baldi *et al*, 1986] que el módulo cortante inicial depende únicamente de la densidad relativa y de la tensión de consolidación de referencia ($G_o=f(D_R, \sigma_c)$). Este módulo se puede considerar realmente como un módulo elástico de las arenas ya que éstas para deformaciones $\gamma < 10^{-3}\%$ y a paridad de D_R y σ_c presentan un comportamiento elástico-lineal. La influencia del resto de los parámetros en el módulo elástico cortante para deformaciones $\gamma > 10^{-3}\%$ puede encontrarse en [Jambu, 1963] y en [Konder y Zelasko, 1963].

1.3 CLASIFICACIÓN DE LOS MÉTODOS DE INTERPRETACIÓN DEL ENSAYO PRESIOMÉTRICO

Normalmente siempre que se hace referencia al funcionamiento del presiómetro se relaciona con la expansión de una cavidad cilíndrica en el interior de un suelo. No es una tarea sencilla realizar una clasificación de los diferentes

métodos existentes de interpretación de la respuesta presiométrica debido al gran número de ellos que se han desarrollado en las últimas décadas. Las diferencias entre unos y otros no son sólo de índole física —p. e. tipo de ley constitutiva— sino también matemática, es decir, del tipo de procedimiento matemático empleado en la interpretación. Todas las metodologías de interpretación se han desarrollado con el fin de obtener un conjunto de parámetros —de deformación, de resistencia— que caractericen el comportamiento del suelo sobre el que se ha realizado el ensayo presiométrico.

A continuación se hace una clasificación sucinta de los distintos métodos de interpretación desde un punto de vista físico y desde un punto de vista matemático. En el Anexo I dicha clasificación se amplía y se analiza más detalladamente.

1.3.1 Clasificación desde un punto de vista mecánico

Desde un punto de vista meramente físico los distintos métodos de interpretación del ensayo presiométrico pueden clasificarse según:

- El tipo de ley constitutiva utilizada.
- El material sobre el que se realice el ensayo.
- El tipo de información empleada de la respuesta presiométrica —curva de carga y/o curva de descarga—.
- Existencia o no de deformación volumétrica al someter la muestra a un esfuerzo cortante.

Por el tipo de ley constitutiva empleada se pueden distinguir entre: modelos elásticos lineales [Baguelin *et al*, 1978; Mair y Wood, 1987], rígido plásticos [Hughes, 1977] modelos elástico lineal perfectamente plásticos [Gibson y Anderson, 1961; Vesic, 1972; Jefferies, 1988; Houlsby, 1986; Houlsby y Withers, 1988], modelos elásticos hiperbólicos [Ferreira, 1992], modelos no lineales perfectamente plásticos [Denby, 1978, Bahar, 1992], modelos elasto-plásticos con endurecimiento o reblandecimiento [Prevost y Hoeg, 1975; Juran y Mahmoodzadegan, 1989].

Por el tipo de material sobre el que se realiza el ensayo se pueden distinguir entre: materiales de comportamiento cohesivo puro —arcilla—, materiales de comportamiento de fricción pura —arena— y materiales de comportamiento cohesivo-friccional —suelo natural—.

Por el tipo de información del ensayo presiométrico que se utiliza se pueden distinguir aquellos métodos que requieren únicamente los datos de la fase de carga, aquellos que requieren únicamente los datos de la fase de descarga y aquellos otros que precisan de la información tanto de la curva de carga como de la de descarga. En los ensayos SBP la curva de descarga puede considerarse que tiene la misma importancia que la correspondiente a la fase de carga.

Por el tipo de deformación volumétrica durante el desarrollo del esfuerzo cortante se pueden distinguir modelos donde no tiene lugar una deformación volumétrica —ensayos no drenados— y modelos donde ésta sí está presente —ensayos drenados—.

1.3.2 Clasificación desde un punto de vista matemático

Desde un punto de vista matemático se pueden distinguir entre: métodos que emplean soluciones en forma analítica [Baguelin, 1972; Palmer, 1972; Ladanyi, 1972] realizando o no un ajuste con la curva experimental, métodos que a partir de los datos experimentales y mediante algún tipo de construcción geométrica obtienen los parámetros [Wroth y Windle, 1975] y métodos que se basan en soluciones numéricas aproximadas empleando técnicas de diferencias finitas [Ladanyi, 1963; Manassero; 1989], elementos finitos...

1.4 BASES DE PARTIDA PARA LA IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS

Se puede decir, que la teoría de identificación paramétrica o teoría del problema inverso se ha desarrollado sobre todo en los últimos 35 años y dentro del ámbito de la geofísica. En geofísica frecuentemente uno se encuentra con problemas regidos por ecuaciones en derivadas parciales u ordinarias que incluyen propiedades con magnitudes indeterminadas y con datos que contienen a la vez gran cantidad de información e incertidumbre. Por ello es

necesario desarrollar métodos que permitan extraer y aprovechar al máximo dicha información para determinar las propiedades citadas. Así fue como primero Tikhonov [1963] y posteriormente Backus [1970] comenzaron a estudiar la estructura matemática del problema inverso de un modo sistemático. También destacan los trabajos llevados a cabo por Chavent, [1975] en el campo de la exploración petrolífera. Otro campo cercano a la geotecnia donde se han aplicado las técnicas del problema inverso ha sido la hidrología subterránea [Neuman *et al* , 1979; Carrera *et al* ,1984].

A partir de los años 80 comienzan a aplicarse dichas técnicas también en el campo de la geotecnia. Así, surgen grupos que se dedican sobre todo al estudio y programación de algoritmos y a su aplicación a casos sintéticos, y grupos que se centran más en resolver problemas y casos prácticos. Entre los primeros destaca el Politécnico de Milán, con los trabajos de [Gioda, 1979, 1980], [Civitini *et al* , 1981]. El segundo estaría encabezado por las universidades japonesas de Kobe, Kyoto y Tokyo. Algunos de los primeros trabajos que se desarrollan en estos centros son [Sakurai y Takeuchi, 1983], [Arai *et al* , 1984]. En España la estimación paramétrica también se ha aplicado a problemas geotécnicos. Entre otros se pueden citar a [Gens *et al* , 1986,1990], [Ledesma *et al* , 1986, 1987].

Históricamente en un principio se trabajó con modelos constitutivos lineales tratando de desarrollar una metodología de estimación paramétrica que permitiera afrontar de modo satisfactorio los casos prácticos planteados. En 1987 comienzan a publicarse los primeros trabajos [Arai *et al* , 1987] donde se presenta una metodología general de estimación paramétrica aplicada a problemas con materiales caracterizados por modelos no lineales. Hoy en día se están ya abordando problemas geoméricamente no lineales con grandes deformaciones [R. Mahnken y E. Stein, 1997].

Algunos de los métodos de interpretación del ensayo presiométrico que han surgido en las últimas décadas se presentan en el Anexo I. Cada uno de ellos tiene un campo de aplicación concreto, emplea diferentes modelos de comportamiento dependiendo de las hipótesis de partida, presenta sus limitaciones y tienen sus ventajas e inconvenientes sobre los demás.

La metodología desarrollada en esta tesis aborda el problema de la estimación automática de parámetros de modelos de comportamiento no lineal a partir de los datos experimentales suministrados por el ensayo presiométrico. Además emplea métodos de optimización paramétrica novedosos en geotecnia que demuestran su validez en el problema estudiado del ensayo presiométrico en medios drenados con leyes de comportamiento genéricas y que resultan fáciles de adoptar en códigos numéricos ya existentes.

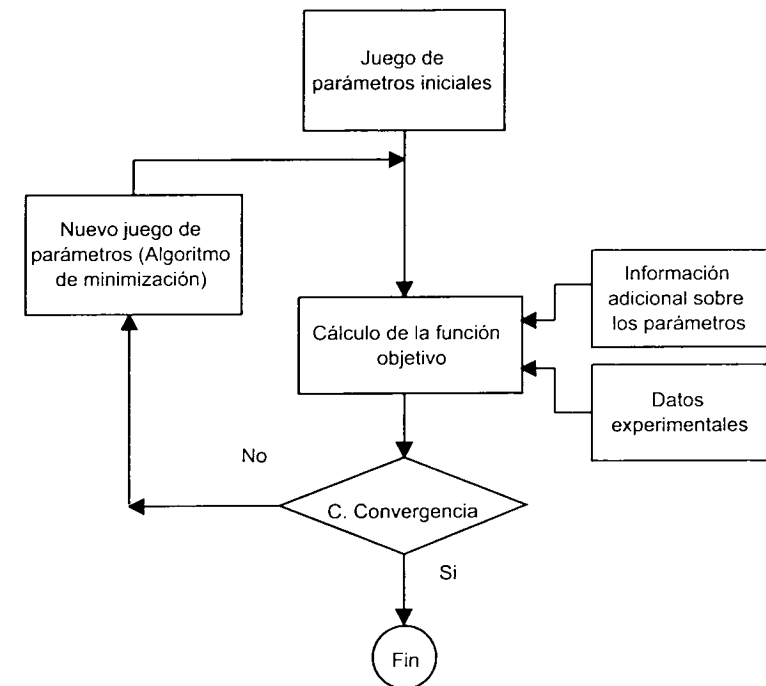


Figura 1.3. Organigrama de la metodología desarrollada.

Esquemáticamente en la Figura 1.3 puede apreciarse un organigrama simplificado de la metodología desarrollada en esta tesis. Esta metodología es independiente del modelo de material considerado, del algoritmo de minimización de la función objetivo empleado y de la procedencia de los datos experimentales. Por tanto, resulta ser una metodología muy versátil, de amplio campo de aplicación experimental —obtención de parámetros a partir de

datos experimentales procedentes de diferentes ensayos—, y que abre numerosas líneas de aplicación e investigación futuras.

1.4.1 Características de los datos experimentales

Un ensayo presiométrico es una de las pruebas *in situ* que mejor permiten obtener información acerca de los parámetros de deformabilidad, de resistencia y del estado tensional de los suelos sometidos a estudio. A pesar de la enorme popularidad de este tipo de ensayo es preciso indicar cuáles son sus aspectos menos favorables:

- Alteración que se ocasiona en el medio al realizar la perforación necesaria para introducir la sonda presiométrica.
- Irregularidades geométricas en la forma de la cavidad en expansión que nunca es perfectamente circular.
- Posibles imprecisiones en el sistema de toma de datos de presión y deformación, ligadas a la tecnología y/o mecánica del instrumento.

La influencia de cada uno de estos aspectos sobre los resultados de la interpretación depende también del tipo de terreno a estudiar. Así, en presencia de rocas blandas o materiales cohesivos fuertemente sobreconsolidados se pueden normalmente despreciar, mientras que en materiales cohesivos blandos o, peor aún, en suelos arenosos pueden hacer que los resultados del ensayo sean inútiles.

Con el fin de superar algunos de estos inconvenientes y sobre todo para minimizar la alteración del terreno ocasionada por la perforación previa al comienzo del ensayo, se desarrolló en los años setenta [Baguelin *et al.*, 1972, 1973, 1974; Wroth and Hughes, 1973] el presiómetro autopercorante (SBP). Dicho procedimiento pretende situar en la posición y profundidad deseada la sonda presiométrica sin variar el estado tensional y deformativo del medio circundante. Se puede decir que existen dos tipos de presiómetros autopercorantes: el francés (denominado Pafsor) y el inglés (denominado Camkometer). Ambos se basan en el mismo principio; en la parte inferior de la sonda, por debajo de la zona de expansión, se sitúa un cilindro hueco de paredes rígidas y con el borde inferior afilado. A medida que se va introduciendo la sonda se tritura el terreno que penetra en el interior del cilindro hueco

mediante un dispositivo rotatorio y mediante un flujo de agua canalizado que atraviesa la sonda se arrastra a la superficie. De este modo el medio permanece prácticamente inalterado durante la introducción del presiómetro y el ensayo puede comenzar con un medio no alterado alrededor de la sonda. El presiómetro empleado en los ensayos que se analizan en esta tesis es la sonda Camkometer Mark VIII.

El SBP cuenta con la desventaja que el campo de aplicación, comparado con el presiómetro de Menard, es mucho más reducido. El presiómetro tipo Menard puede ser empleado prácticamente en todos los suelos, mientras que el autopercorante se limita a terrenos de granulometría relativamente fina, arcillosos y arenosos.

Los ensayos presiométricos con los que se trabaja en esta tesis —como fuente de datos— están realizados en celda de calibración por lo que la alteración del medio alrededor de presiómetro es mínima. Con ello se consiguen condiciones mucho más controladas que si el ensayo se realizara *in situ*. Los materiales empleados en los ensayos son distintas muestras de un suelo arenoso de la región del Ticino (Suiza) cuyas características fundamentales se citan en el Anexo III. Además los ensayos se llevaron a cabo en condiciones de drenaje por lo que se produjo una deformación volumétrica que debe tenerse en cuenta a la hora de modelizar el material. Aquí se considera únicamente la información procedente de la curva de carga pues la curva de descarga, en ensayos drenados, es difícil de interpretar.

En el Anexo III también se hace una descripción de los dispositivos instrumentales empleados en la realización de los ensayos y del procedimiento técnico seguido en cada uno de ellos.

1.4.2 Principios mecánicos del ensayo presiométrico

1.4.2.1 Introducción. A la hora de afrontar y resolver cualquier problema de tensión-deformación en el continuo, en un medio homogéneo es preciso conocer el equilibrio del sistema de fuerzas actuantes, la relación entre las deformaciones que tienen lugar, las condiciones de contorno del problema concreto y adoptar una ley de comportamiento o ley constitutiva que relacione las tensiones con las deformaciones.

1.4.2.2 Hipótesis. Un ensayo presiométrico (SBP) consiste en definitiva en el estudio de la expansión de la cavidad presiométrica teniendo en cuenta una serie de hipótesis que simplifican el problema. Dichas hipótesis son normalmente las siguientes:

- El campo de tensiones iniciales se considera constante con la profundidad.
- La cavidad conserva durante toda la prueba su sección circular. Como radio inicial se toma r_0 , y como radio genérico en cada instante r .
- La cavidad presiométrica en expansión se supone que tiene una longitud infinita en la dirección de la generatriz.
- Se trabaja en el campo de pequeñas deformaciones; los desplazamientos radiales máximos no superan el 10% del radio inicial (el radio inicial del presiómetro empleado en los ensayos que aquí se consideran es $r_0=0,041$ m.).

Con ello el problema de la expansión de la cavidad presiométrica se puede afrontar considerando que:

- La deformación del terreno tiene lugar en el plano perpendicular al eje del presiómetro y los únicos desplazamientos que se producen son radiales.
- El problema pasa de tridimensional a monodimensional de tipo axisimétrico. Esto permite expresar las diferentes componentes de las tensiones y de las deformaciones en función de un radio genérico r en un sistema de coordenadas cilíndricas que tenga por origen el centro de la cavidad.
- Las tensiones en la dirección radial (σ_r), vertical (σ_z) y tangencial (σ_θ) se corresponden con las tensiones principales σ_1 , σ_2 y σ_3 respectivamente. Lo mismo ocurre con las deformaciones ϵ_r , ϵ_z y ϵ_θ , con la salvedad de que la deformación vertical se supone nula ($\epsilon_z=0$).

1.4.2.3 Equilibrio del sistema de fuerzas. Considerando un sistema de coordenadas cilíndricas, el equilibrio de fuerzas en la dirección del radio r al realizar una traslación en dicha dirección de un elemento de material de anchura $rd\theta$ y espesor dr (Figura 1.4) viene dado por la expresión:

$$\sigma_r rd\theta + 2dr\sigma_\theta \operatorname{sen} \frac{d\theta}{2} = d\theta(r + dr)(\sigma_r + d\sigma_r)$$

considerando que el $\operatorname{sen} \frac{d\theta}{2} \approx \frac{d\theta}{2}$ resulta,

$$\sigma_r rd\theta + 2dr\sigma_\theta \frac{d\theta}{2} = d\theta(r + dr)(\sigma_r + d\sigma_r)$$

donde σ_r es la tensión radial y σ_θ es la tensión tangencial. En la Figura 1.4 el radio inicial es r_0 y la presión inicial sobre la membrana es p_0 .

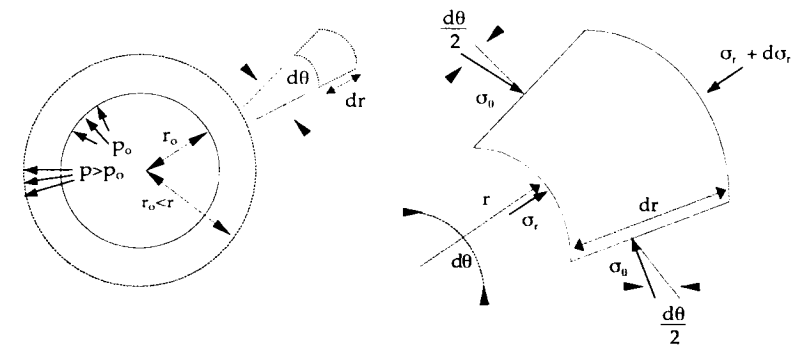


Figura 1.4. Expansión de una cavidad cilíndrica.
Tensiones de un elemento de material.

Al desarrollar la expresión anterior se tiene:

$$\sigma_r rd\theta + dr\sigma_\theta d\theta = rd\theta\sigma_r + rd\theta d\sigma_r + \sigma_r drd\theta + d\sigma_r drd\theta$$

Simplificando $d\theta$,

$$\sigma_r r + dr\sigma_\theta = r\sigma_r + rd\sigma_r + \sigma_r dr + d\sigma_r dr$$

y despreciando los infinitésimos de orden superior a uno,

$$dr\sigma_\theta = rd\sigma_r + \sigma_r dr$$

$$0 = rd\sigma_r + (\sigma_r - \sigma_\theta)dr$$

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0$$

(1.1.)

resultando la expresión del equilibrio de fuerzas en la dirección del radio en función de un radio genérico r .

1.4.2.4 Relación entre las deformaciones. Si en el elemento de material anterior, que inicialmente se encuentra a una distancia r_0 del centro de la cavidad, se aplica un incremento de deformación (ε_r) en la dirección del radio el elemento pasará a encontrarse a una distancia r del centro de la cavidad, trasladando su baricentro una cantidad ξ en la dirección del radio, deformándose radialmente a compresión y tangencialmente en expansión de modo que se conserven los ejes principales en las direcciones r , θ y z (Figura 1.5)

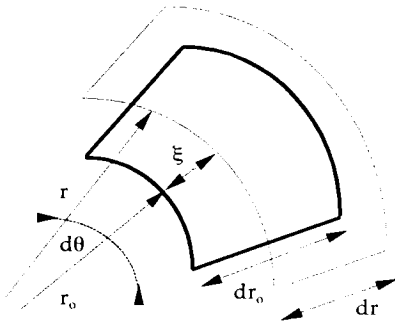


Figura 1.5. Expansión de una cavidad cilíndrica.
Deformaciones en un elemento de material.

Considerando por convenio geotécnico la compresión como positiva y la expansión como negativa, el elemento se comprimirá en la dirección del radio ($\varepsilon_r > 0$) y se expandirá en la dirección tangencial ($\varepsilon_\theta < 0$).

La distancia a la que se encuentra el elemento deformado del centro de la cavidad será $r = r_0 + \xi$. A partir de estas premisas se pueden obtener las expresiones de las deformaciones radial y tangencial, pues se supone por hipótesis que la deformación vertical (ε_z) es nula en el plano perpendicular al eje de la cavidad.

Diferenciando la expresión de r ,

$$r = r_0 + \xi \quad ; \quad dr = dr_0 + d\xi$$

se obtienen las expresiones de la deformación radial,

$$\varepsilon_r = \frac{dr - dr_0}{dr_0} = \frac{dr - dr + d\xi}{dr_0} = \frac{d\xi}{dr_0}$$

(1.2.)

y de la deformación tangencial,

$$\varepsilon_\theta = \frac{\text{arco inicial} - \text{arco genérico}}{\text{arco inicial}}$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{r_0 d\theta - rd\theta}{r_0 d\theta} = \frac{r_0 - r}{r_0} = \frac{r_0 - r_0 - \xi}{r_0} = \frac{-\xi}{r_0}$$

en las que se puede apreciar el signo negativo de la expansión en la deformación tangencial y el positivo de la compresión en la deformación radial.

En resumen, si el radio inicial es r_0 y r es el radio genérico de la cavidad en expansión correspondiente a fases posteriores, las expresiones genéricas de la deformación radial, tangencial y vertical son las siguientes:

$$\varepsilon_r = \frac{d\xi}{dr}$$

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{-\xi}{r}$$

$$\varepsilon_z = 0$$

Diferenciando la expresión de la deformación tangencial respecto de r sin tener en cuenta el signo negativo se tiene:

$$r\varepsilon_{\theta} = \xi \quad ; \quad dr\varepsilon_{\theta} + r d\varepsilon_{\theta} = d\xi$$

y entrando en la expresión de la deformación radial (1.2) con este valor de $d\xi$,

$$\varepsilon_r = \frac{d\xi}{dr} = \frac{dr\varepsilon_{\theta} + r d\varepsilon_{\theta}}{dr} \Rightarrow \varepsilon_r = \varepsilon_{\theta} + \frac{r d\varepsilon_{\theta}}{dr}$$

de donde,

$$\frac{d\varepsilon_{\theta}}{dr} + \frac{\varepsilon_{\theta} - \varepsilon_r}{r} = 0$$

(1.3.)

expresión que establece la relación entre las deformaciones radial y tangencial en función de un radio genérico r .

1.4.2.5 Condiciones iniciales y de contorno. En un ensayo presiométrico normalmente se conocen la presión y la deformación en el borde de la cavidad (Figura 1.6), de tal modo que dicha presión (p) coincide con la tensión radial (σ_r) y la deformación en el borde de la cavidad (ε) coincide con la deformación tangencial (ε_{θ}).

Antes de comenzar el ensayo las condiciones iniciales de presión y deformación son las siguientes:

$$p = p_0 = \sigma_{h0}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 = 0$$

es decir, la presión inicial sobre la membrana de la cavidad presiométrica (p_0) coincide con la tensión horizontal inicial del terreno (σ_{h0}) y la deformación inicial de la cavidad (ε_0) es nula. En la representación de la curva de respuesta de un ensayo presiométrico las dos variables que intervienen son precisamente la presión de gas sobre la membrana (p) y la deformación de la misma (ε).

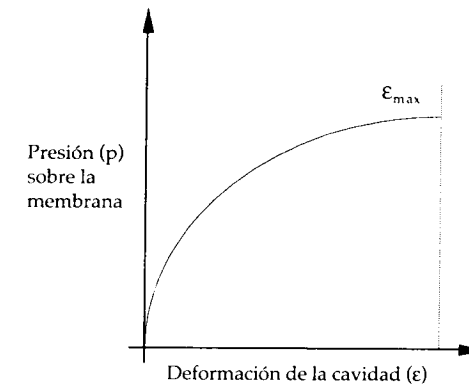


Figura 1.6. Representación de la respuesta de un ensayo presiométrico.

1.4.2.6 Leyes constitutivas. La ley constitutiva que se adopte en cada caso puede proceder de relaciones tensión-deformación ya existentes o bien, ser obtenida a partir de los datos del experimento.

Entre las leyes de comportamiento que se han empleado o suelen emplearse para la modelización de ensayos presiométricos figuran: ley elástica lineal, ley elástica no lineal, ley rígido plástica, ley elástica lineal perfectamente plástica y ley elasto-plástica con endurecimiento y/o reblandecimiento.

En esta tesis con las hipótesis mencionadas se ha modelizado el suelo arenoso del Ticino mediante el modelo hiperbólico de Ferreira [1992]. Dicho modelo describe bien el comportamiento del medio bajo una gran variedad de condiciones de carga y tiene en cuenta la información de la variación de la deformación volumétrica que tiene lugar en los ensayos drenados. Además es un modelo sencillo definido por parámetros con claro significado mecánico que pueden ser empleados posteriormente en el diseño geotécnico.

Por otro lado, se ha considerado interesante realizar una simulación numérica del ensayo presiométrico utilizando el modelo elastoplástico de Drucker-Prager [1952]. La modelización de Drucker-Prager se ha llevado a cabo con el fin de poder comparar los resultados obtenidos mediante la ley analítica de Ferreira con un modelo no analítico que precisa el empleo de un método numérico. De este modo se pueden llevar a cabo análisis en dos y tres dimensiones, considerar condiciones de contorno diversas, trabajar con materiales no homogéneos... Hay que señalar que algunas de las hipótesis citadas anteriormente (apartado 1.4.2.2) no se tienen por qué mantener cuando el material se modeliza con el modelo de Drucker-Prager. Al realizarse en esta tesis un análisis bidimensional axisimétrico del problema mediante un código de elementos finitos la longitud de la cavidad no se considera infinita, el campo inicial de tensiones puede no ser constante con la profundidad y el suelo puede suponerse estratificado horizontalmente.

Dada la importancia que tiene la definición de las leyes de comportamiento, en el capítulo II se realiza una descripción exhaustiva de las dos leyes que se acaban de citar dentro del ámbito de los ensayos presiométricos drenados, y en el capítulo III se presentan los algoritmos desarrollados para su utilización dentro de la metodología de interpretación automática que se ha puesto en marcha.

1.4.3 Técnicas de optimización para problemas inversos

La calibración o el ajuste de parámetros de un modelo puede llevarse a cabo de forma manual o automática. La calibración manual consiste en ir modificando iterativamente los valores de los parámetros que caracterizan el modelo en base a los resultados de cada simulación realizada. En dicha tarea se ten-

drán en cuenta los criterios sugeridos o dictados por quien está realizando el modelo hasta que el ajuste conseguido sea satisfactorio. El ajuste automático por el contrario permite obtener los parámetros del modelo empleando algún algoritmo iterativo de optimización de la función objetivo (definida en esta tesis a partir de la teoría de la máxima verosimilitud; [Edwards, 1972]).

Se puede decir que el método de máxima verosimilitud consiste en maximizar la verosimilitud de una cierta hipótesis —conjunto de parámetros— a la vista de las observaciones medidas en el experimento. En muchas ocasiones se dispone además de información previa sobre los parámetros del modelo de comportamiento que es útil tener en cuenta. La incorporación de dicha información y de su incertidumbre a la formulación de la función objetivo contribuye a definir mejor el problema y por tanto, a que sea más realista el resultado del proceso de identificación.

Los métodos de optimización llamados "clásicos" utilizan, bien la derivadas primeras (métodos de gradiente), bien las derivadas segundas (métodos de tipo Newton). Ciertos métodos combinan ambos métodos, como los métodos de tipo cuasi-Newton o los métodos de métrica variable (DFP, método de Davidon, Fletcher y Powell; BFGS, método de Broyden, Fletcher, Goldfarb y Shanno; [Fletcher, 1981]; [Kirsch, 1996]). En general, tales métodos de optimización dan buenos resultados para problemas que estén bien condicionados. Sin embargo, un buen número de problemas de optimización que se encuentran en modelos reales presentan dificultades, como los no diferenciables, los de funciones no convexas o aquellos con gran sensibilidad a ciertas variables (problemas mal condicionados).

Computacionalmente hablando interesa que el algoritmo de minimización de la función objetivo sea barato, rápido y que precise de poca capacidad de memoria. Muchas veces el esfuerzo computacional está dominado por el coste de evaluar la función objetivo y también, si el algoritmo lo requiere, por el coste de evaluar las derivadas parciales de la función objetivo respecto a cada uno de los parámetros del modelo y de invertir ciertas matrices definidas a partir de dichas derivadas en cada iteración.

Asimismo, cuando el modelo no está definido por una simple ecuación analítica, como por ejemplo en el caso de la ley elastoplástica de Drucker-Prager, aparecen dificultades suplementarias. El valor de la función objetivo para cada valor de los parámetros no puede obtenerse salvo si se emplea la simulación numérica. Además puede tratarse de la simulación de un proceso descrito por un conjunto de ecuaciones diferenciales o de la simulación de un sistema discreto. Así, en muchos casos, será muy difícil y pesado calcular una buena estimación de las derivadas de la función.

Es, en estas situaciones, donde los métodos clásicos de optimización encuentran límites de aplicación y los métodos directos [método Simplex (Nelder y Mead, 1965); método Complex (Box, 1965); método de los Algoritmos Genéticos (Michalwicz, 1996)] resultan interesantes. Los métodos directos utilizan únicamente el valor de la función objetivo en ciertos puntos para calcular un nuevo punto, o vector de parámetros que mejore el valor de la función objetivo.

Por otra parte, una dificultad que aparece frecuentemente cuando se lleva a cabo una minimización de una función objetivo es que dicha función presente varios mínimos locales que incluyan al mínimo global o absoluto. El problema de encontrar un extremo global, mínimo global en nuestro caso, suele ser un problema complicado [Horst, 1990]. Para lograrlo se suelen emplear tradicionalmente dos técnicas: la primera consiste en encontrar el mayor número de mínimos posibles, para lo cual se comienza con una variedad muy grande de juegos de parámetros iniciales, en muchos casos aleatoria, y se termina seleccionando el extremo más bajo obtenido —siempre que se haya encontrado más de uno—; la segunda técnica consiste en, una vez alcanzado el extremo local, perturbar el juego de parámetros que lo definen y ver si con los nuevos parámetros la función objetivo vuelve al extremo inicial o bien alcanza uno nuevo. Además, existen técnicas automáticas como el método de Recocido Simulado [Kirkpatrick, 1984].

También hay que tener en cuenta que a la hora de buscar el mínimo global de una función objetivo los valores de los parámetros que hacen que la función alcance dicho valor extremo no pueden ser cualquiera sino que existen una serie de restricciones físicas que se deben verificar. Estas restricciones proce-

den en general de la información previa obtenida en ciertos experimentos adicionales o bien por limitaciones de los parámetros en la definición de la ley de comportamiento.

Así, para elegir un método de optimización para problemas inversos se debe considerar en primer lugar si se elige un método que precise evaluar únicamente la función objetivo para ciertos valores de los parámetros o bien, si se elige un método que además de requerir dicha evaluación requiera la evaluación de las derivadas parciales de dicha función objetivo respecto de cada uno de los parámetros del modelo. En general, los algoritmos que emplean las derivadas de la función objetivo son computacionalmente más rápidos que los que emplean información sólo de la función si bien, en ciertas ocasiones, el resultado obtenido no compensa el esfuerzo de programación requerido.

En esta tesis se han empleado básicamente dos algoritmos de minimización. Uno de cada tipo. Para el modelo hiperbólico —analítico—, cuyas derivadas resultan computables, se ha empleado un algoritmo clásico —algoritmo de Marquardt, [1963]— y otro directo —algoritmo tipo complex, [Box,1965]— y para el modelo de Drucker-Prager, implementado en un método de elementos finitos, se emplea únicamente el algoritmo directo tipo complex.

Se analiza también el problema mencionado de encontrar los extremos globales. Para ello se presentan los denominados métodos de recocido simulado (simulated annealing). Estos métodos han demostrado su validez en la resolución de ciertos problemas definidos tanto en espacios discretos como continuos, en particular en el caso del modelo hiperbólico.

Por último se lleva a cabo un análisis de incertidumbre de los parámetros estimados. Una vez que se ha logrado minimizar la función objetivo y obtenido el juego de parámetros óptimo interesa conocer la calidad de la estimación que se ha llevado a cabo. Es decir, cuál es la incertidumbre de los parámetros estimados con respecto a los parámetros verdaderos no conocidos. Con el algoritmo de Marquardt este análisis se ha realizado calculando la matriz de correlación de los parámetros y estudiando la sensibilidad de la función objetivo a lo largo del eje de cada parámetro mediante el cálculo del

radio de curvatura. Con los algoritmos de búsqueda directa se ha calculado la varianza de los parámetros mediante la técnica de jackknife [Efron, 1982].

1.4.4 Ensayos presiométricos analizados

La metodología descrita se ha verificado mediante la aplicación a una serie de ejemplos sintéticos desarrollados sobre ensayos presiométricos ficticios. En ellos se analiza cómo se comporta la metodología propuesta y se comprueba que es adecuada para poder afrontar el problema de la estimación de parámetros a partir de los datos suministrados por ensayos presiométricos sobre suelos arenosos reales. En estos ejemplos se analiza la influencia en los resultados de los parámetros de partida, del intervalo de variación de cada uno de ellos, de los posibles errores en los datos iniciales, la influencia del escalamiento o no de los parámetros, etc.

Cada uno de estos ejemplos sintéticos se ha resuelto con los diferentes algoritmos presentados, y con los dos modelos de comportamiento elegidos. Sin embargo se ha hecho un análisis más exhaustivo con el modelo de comportamiento de Ferreira al ser este analítico. En el caso de la modelización de Drucker-Prager se han tenido en cuenta también diferentes tipos de mallado y de elementos finitos.

La interpretación de los ensayos presiométricos reales se ha realizado tras la verificación de la metodología de identificación con los ejemplos sintéticos. Los datos experimentales que se emplean para llevar a cabo y validar esta metodología proceden de un conjunto de ensayos presiométricos (SBP) drenados realizados en celda de calibración con arenas del Ticino [Belloti *et al* , 1987] por el Ismes, Spa (Italia). Algunos de ellos ya se han estudiado a partir de metodologías desarrolladas por otros autores [Hughes *et al* , 1977; Robertson *et al* , 1986; Manassero, 1989; Ferreira *et al* , 1992] lo que ha permitido hacer una evaluación de los resultados obtenidos.

1.5 CONCLUSIONES

El objetivo de esta tesis es definir, desarrollar y verificar una metodología de identificación de parámetros que permita encontrar los parámetros óptimos

del modelo de material considerado —aquellos que mejor reproducen el comportamiento de los ensayos presiométricos experimentales—.

En el presente capítulo, tras una breve descripción del ensayo presiométrico y de la información geotécnica que puede suministrar —tanto de la resistencia al corte del material objeto del ensayo como de su deformabilidad—, se ha propuesto una clasificación de los diferentes métodos de interpretación del ensayo presiométrico. Se han descrito los principios mecánicos del ensayo presiométrico indicando cuáles son las hipótesis que simplifican el problema. Para modelizar el comportamiento del suelo arenoso durante la simulación de los ensayos se han empleado dos modelos de comportamiento diferentes. El modelo de Ferreira y el modelo de Drucker-Prager. Con este último las simulaciones se han llevado a cabo mediante un método de elementos finitos lo que presenta ventajas a la hora de aproximar las condiciones geométricas reales del problema.

Por último decir que en este capítulo se han presentado las bases del desarrollo que se ha seguido en este trabajo de tesis con el fin de que queden claros los objetivos de los capítulos sucesivos, su motivación y el lector los pueda abordar teniendo una visión global del problema que se quiere afrontar.

2. Modelización mecánica del ensayo presiométrico

2.1 INTRODUCCIÓN

En el capítulo anterior se han presentado cuáles son los principios mecánicos de modelización del ensayo presiométrico autopercutor teniendo en cuenta las hipótesis que simplifican el problema de la expansión de una cavidad cilíndrica. Como se ha visto es preciso adoptar una ley de comportamiento que establezca una relación entre tensiones y deformaciones.

En este capítulo se presentan las dos leyes de comportamiento, una ley de comportamiento elástica no lineal —ley hiperbólica— y otra ley elastoplástica, empleadas en la modelización del comportamiento de arenas en ensayos presiométricos drenados. Dada la importancia que tiene la definición de las leyes de comportamiento en los problemas inversos se va a realizar a continuación un estudio más exhaustivo de la ley de comportamiento hiperbólica de Ferreira y del criterio de fluencia elastoplástico de Drucker-Prager, describiéndose la forma de integración de cada una de las metodologías desarrolladas en esta tesis. Ambas se estudian dentro del ámbito de los ensayos presiométricos drenados.

El hecho de haber empleado una ley clásica de comportamiento elastoplástico se ha debido a que el modelo de Drucker-Prager se comporta en general bien con suelos arenosos. Sin embargo, una vez verificada la metodología que se presenta en este trabajo de tesis se pretende aplicarla empleando otros modelos de comportamiento más específicos para arenas [Cambow, 1988; di Prisco *et al* , 1993; Bahda, 1997].

2.2 MODELOS CONSTITUTIVOS PARA ENSAYOS PRESIOMÉTRICOS DRENADOS

Cuando se realiza un ensayo presiométrico en el que el material no está drenado no se produce ningún cambio de volumen en el interior de la muestra.

Además la tensión normal principal (σ_2) permanece constante, por lo que el experimento se lleva a cabo en condiciones de esfuerzo cortante puro.

Sin embargo, ante ensayos presiométricos drenados aparecen variables adicionales que deben ser tomadas en consideración, tales como la deformación volumétrica (ϵ_v) y el cambio en la tensión principal normal. En este caso ya no se tiene únicamente la condición de cortante puro.

En general la respuesta drenada es típica de suelos arenosos (material objeto de este estudio), aunque también un ensayo presiométrico puede resultar drenado o no drenado dependiendo de la velocidad del ensayo. Por ejemplo, ensayos muy lentos sobre suelos ligeramente arcillosos, en los que no se produjera un aumento en la presión de poro podrían considerarse ensayos drenados.

Se puede decir por tanto, que la respuesta que proporciona un ensayo presiométrico puede ser no drenada y/o drenada. La primera se produce cuando no se permite el drenaje durante la realización del ensayo y la fuerza que se moviliza es cohesiva —resistencia cortante no drenada—. La segunda aparece cuando la presión de poro puede variar libremente por el interior de los poros del suelo y la fuerza que se moviliza es fundamentalmente debida a la fricción entre las partículas del suelo —ángulo de fricción—.

En ensayos presiométricos drenados la respuesta del suelo ya no depende sólo de la resistencia del material y de las propiedades de deformación, como ocurre en los ensayos no drenados. En este caso aparece otra respuesta física que se debe considerar: el cambio de volumen del material. Este cambio de volumen —que se produce al expandirse la membrana— tiene dos componentes: la compresibilidad debida al aumento de la presión normal y la expansión o contracción debida al proceso cortante. En arenas densas o medio-densas la primera componente —reducción de volumen— no suele tenerse en cuenta por ser bastante mas pequeña que la segunda —aumento de volumen—. En arenas sueltas tanto la compresibilidad como la contracción durante la aplicación del esfuerzo cortante ocasionan una reducción del volumen, por lo que son muy difíciles de separar. En este caso se considerará que la contracción cortante es la causante de todo el cambio de volumen que tiene lugar mientras dura el ensayo.

El cambio de volumen del medio queda recogido en la propiedad física denominada dilatancia. La dilatancia expresa el cambio de volumen del suelo ocasionado por el proceso cortante y la magnitud de esta propiedad viene dada por el ángulo de dilatancia. En mecánica de suelos un ángulo de dilatancia positivo implica por convenio expansión, y es una característica de las arenas medio-densas a densas. De igual modo un ángulo de dilatancia negativo implica contracción durante el proceso cortante y es una característica típica de las arenas sueltas. En ensayos drenados la consideración del cambio de volumen es prioritaria. En arenas densas la omisión de la dilatancia conlleva una sobreestimación del ángulo de fricción [Baguelin *et al* , 1978], mientras que su omisión en arenas sueltas conlleva una subestimación del ángulo de fricción.

Existen diferentes posibilidades de representar la evolución de un ensayo presiométrico drenado. Algunas leyes constitutivas se han desarrollado específicamente para modelizar la respuesta presiométrica drenada, mientras que otras son más generales y se emplean para la modelización de diferentes experimentos mecánicos o hidromecánicos. En este trabajo se presentan dos aproximaciones, una de cada tipo. La primera se basa en el modelo elástico no lineal propuesto por Ferreira en 1992 y la segunda en el modelo tradicional de Drucker-Prager.

En el primer capítulo y en el Anexo I de esta tesis se han descrito brevemente los principales métodos específicos de interpretación de la respuesta presiométrica para suelos arenosos y arcillosos que se han desarrollado desde los años 60. Cronológicamente las metodologías que se han descrito para la interpretación de ensayos drenados han sido las siguientes: Gibson and Anderson (1961), Ladanyi (1963), Vesic (1972), Wroth and Windle (1975), Hughes *et al* (1977), Houlsby *et al* (1986), Manassero (1989), Juran and Mahmoodzadegan (1989) y Ferreira (1992).

De todo lo dicho en el primer capítulo, referente a los métodos de interpretación de ensayos presiométricos drenados, se desprende que es necesario disponer, junto a los datos experimentales del ensayo, de cierta información de la respuesta volumétrica para poder determinar los parámetros característicos de las arenas.

Históricamente la representación más frecuente de la relación tensión-deformación en un suelo viene dada por una ley elástica perfectamente plástica. Gibson y Anderson en 1961 determinaron las ecuaciones analíticas de la curva de carga de un ensayo presiométrico usando un modelo elástico perfectamente plástico y asumiendo que no se producía ningún cambio de volumen en el medio. Hughes *et al* en 1977 emplearon este modelo para determinar el ángulo de fricción del suelo, asumiendo una relación lineal para la deformación volumétrica. Houlsby *et al* en 1986 analizaron la curva de descarga de un ensayo presiométrico en arenas con el mismo modelo de material, considerando un ratio lineal de la deformación volumétrica. En los ensayos drenados se suele considerar únicamente la curva de carga ya que la curva de descarga es difícil de reproducir analíticamente debido a la presión de poro estática y al fenómeno de abovedamiento.

De entre los modelos citados se ha elegido, por las ventajas que se indican en el próximo apartado, el modelo hiperbólico propuesto por Ferreira. Dicho modelo emplea en su desarrollo propiedades de la aproximación llevada a cabo por Hughes *et al* (1977) y por Houlsby *et al* (1986).

Por otro lado, el modelo de Drucker-Prager se ha elegido por ser un criterio usado frecuentemente para modelizar el comportamiento de materiales granulares y por permitir, mediante una formulación de elementos finitos clásica, el desarrollo de la metodología de ajuste automático de parámetros que se presenta en este trabajo de tesis.

2.3 LEY HIPERBÓLICA. ASPECTOS BÁSICOS

Antes de definir el modelo de comportamiento de Ferreira se analizan en este apartado el origen y los aspectos básicos de una ley de comportamiento hiperbólica.

La relación tensión-deformación de la mayor parte de los suelos es fuertemente no lineal y depende de numerosos factores como son el índice de poros, la densidad relativa, el estado inicial de tensiones y deformaciones, la historia de tensiones, el tipo de carga y las condiciones de drenaje. En 1963 Kondner y Zelasko demostraron a partir de una serie de ensayos triaxiales de compresión por carga de muestras de arena y arcilla consolidadas isotrópamente, que la relación tensión-deformación podía aproximarse a una hipérbola:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\varepsilon_1}{A + B * \varepsilon_1} \quad (2.1.)$$

donde σ_1 es la tensión principal mayor o axial, σ_3 es la tensión principal menor, ε_1 es la deformación axial, $(\sigma_1 - \sigma_3)$ es por tanto la diferencia entre las tensiones principales mayor y menor o tensión desviadora, A es el recíproco del módulo de Young inicial, B es el recíproco del valor asintótico de la tensión desviadora. Dicha expresión es válida para ensayos triaxiales en los que la tensión desviadora parte de una situación isotrópica, es decir con $K_0=1$, donde K_0 representa las relaciones entre las tensiones horizontales y verticales existente inicialmente en el terreno.

Cuando se parte de una situación anisótropa de consolidación (K_c), B_c representa el recíproco del valor asintótico de la tensión desviadora para esta nueva situación, y la expresión anterior se modifica con el término $(\sigma_1 - \sigma_3)_c$, que corresponde con el estado tensional desviador al final de la consolidación, de la forma siguiente:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 - \sigma_3)_c = \frac{\varepsilon_1}{A + B_c * \varepsilon_1}$$

Los parámetros A , B , B_c se determinan fácilmente, teniendo en cuenta las Figuras (2.1), (2.2) y (2.3), si las expresiones anteriores se escriben como,

$$A + B * \varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_1}{(\sigma_1 - \sigma_3)} \quad \text{y} \quad A + B_c * \varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_1}{(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 - \sigma_3)_c}$$

En la Figura 2.1 se representa la relación tensión-deformación para ensayos en los que la fase desviadora parte de una situación isotrópica. La representación de la Figura 2.2 corresponde a ensayos en los que la fase desviadora parte de una situación anisótropa. Por último, en la Figura 2.3 aparece una representación transformada de la relación hiperbólica en ejes $\varepsilon_1 / (\sigma_1 - \sigma_3)$ versus ε_1 .

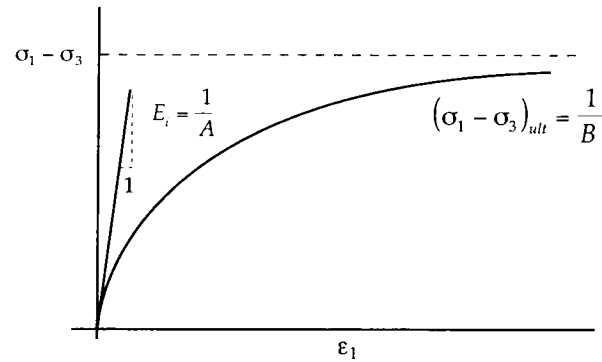


Figura 2.1. Representación hiperbólica de la curva tensión deformación.
Situación de partida isótropa.

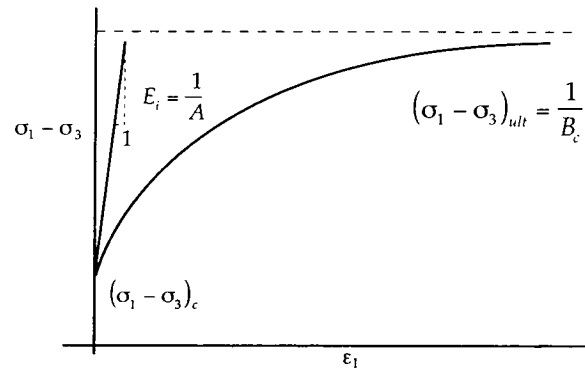


Figura 2.2. Representación hiperbólica de la curva tensión deformación.
Situación de partida anisótropa.

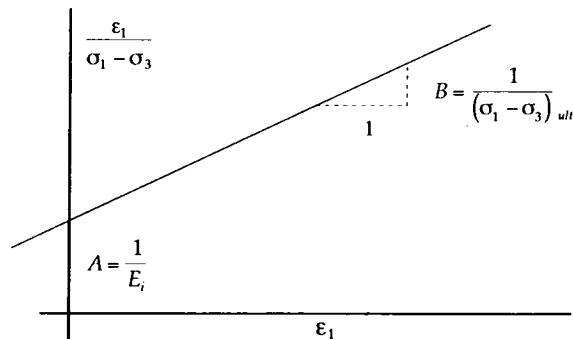


Figura 2.3. Representación hiperbólica transformada de la curva tensión deformación.

El significado de los parámetros A y B viene dado por:

$$\lim_{\epsilon \rightarrow \infty} (\sigma_1 - \sigma_3) = (\sigma_1 - \sigma_3)_{ult} = \frac{1}{B}$$

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{d\epsilon_1} = \frac{1}{A} = E_i$$

donde $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ se refiere al valor asintótico de la tensión desviadora $(\sigma_1 - \sigma_3)$ y E_i es el módulo de Young inicial evaluado en el origen de la curva hiperbólica.

2.3.1 Modelo hiperbólico de Ferreira (1992)

2.3.1.1 Características generales. A la hora de tomar la decisión de representar el comportamiento de las arenas mediante un modelo hiperbólico se han tenido en cuenta una serie de consideraciones:

- El modelo hiperbólico [Konder, 1963; Konder and Zelasko, 1963] ha demostrado ser bastante efectivo a la hora de describir el comportamiento (relación tensión-deformación) de los suelos bajo diferentes condiciones de carga [Duncan and Chang, 1970].
- El modelo hiperbólico es un modelo simple, como se ha visto en el capítulo anterior, que involucra un número razonable de parámetros.
- Los parámetros que definen el modelo hiperbólico tienen un significado ingenieril. Por tanto una vez determinados tienen un significado físico claro y pueden emplearse directamente en problemas de diseño.

2.3.1.2 Hipótesis de partida. La determinación de la ecuación que reproduce la respuesta presiométrica de los ensayos presiométricos estudiados en esta tesis a partir del modelo hiperbólico, tiene en cuenta las siguientes hipótesis:

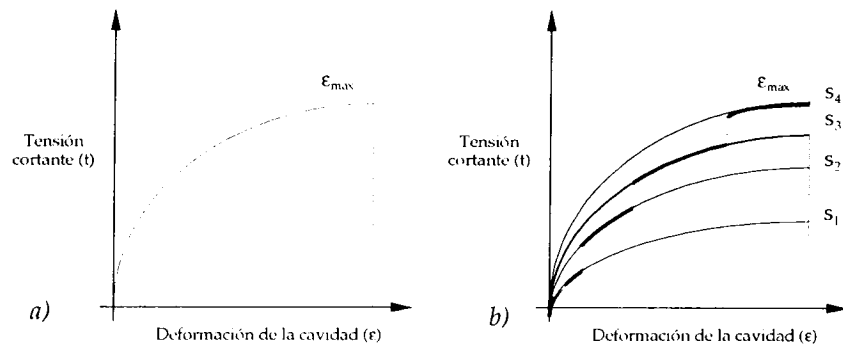
- El ensayo presiométrico se lleva a cabo en condiciones de drenaje durante la fase de carga.
- Se considera el ensayo como si se tratase de la expansión de una cavidad cilíndrica de longitud infinita —hay simetría radial y el problema se trata como un problema de deformación plana—.

- La tensión vertical permanece durante todo el ensayo como tensión principal intermedia.
- La respuesta tensión-deformación puede representarse mediante una función hiperbólica durante la fase de carga.
- Se consideran pequeñas deformaciones y medio homogéneo e isotrópico.

Estas suposiciones son en esencia las formuladas por Gibson y Anderson (1961) y por Jefferies (1988), exceptuando el tipo de modelo y la restricción sobre la magnitud de las deformaciones.

En ensayos no drenados, la representación del modelo hiperbólico viene dada por una única curva cortante que describe la relación tensión-deformación en el plano tensión cortante/deformación de la cavidad. (Figura 2.4.a).

En los ensayos drenados no ocurre lo mismo, sino que aparece una familia de curvas cortantes (Figura 2.4.b), cada una de las cuales es función de la tensión principal normal efectiva (s_i) que cambia a lo largo del ensayo. Durante la fase de expansión y contracción hay una migración de una curva a otra en función del nivel alcanzado de tensión principal normal efectiva. Para evitar estos saltos de una curva cortante a otra se puede normalizar la tensión cortante en cada momento (t) con la tensión principal normal efectiva correspondiente (s). De este modo se consigue que una única curva represente la fase de carga del ensayo presiométrico.



Figuras 2.4. Modelo hiperbólico en ensayos no drenados (a) y drenados con cuatro niveles de tensión principal normal efectiva (b).

2.3.1.3 Determinación de la ecuación analítica presiométrica de carga.

Para llegar a determinar la ecuación analítica de la curva de carga de un experimento presiométrico hace falta previamente establecer algunas definiciones y convenios.

Convenio de signos. Las deformaciones y las tensiones normales de compresión son positivas. Las deformaciones volumétricas son positivas si hay reducción de volumen, en caso contrario serán negativas.

Definición de deformación circunferencial. En los ensayos presiométricos la deformación circunferencial (ϵ_θ) suele sustituirse por la deformación de la cavidad (ϵ). La relación entre una y otra viene dada por:

$$\epsilon = -\epsilon_\theta$$

La deformación de la cavidad o deformación radial se define como el ratio entre el cambio de radio (R) de la cavidad presiométrica —desplazamiento radial de la pared de la cavidad— en cada momento y su radio inicial (R_0). Teniendo en cuenta el convenio de signos establecido anteriormente se tiene,

$$\epsilon = \frac{\Delta R}{R_0} = \frac{R - R_0}{R_0}$$

Definición de deformación volumétrica. En este desarrollo se considera una relación lineal entre la deformación volumétrica y la deformación de la cavidad. Teniendo en cuenta el convenio de signos se tiene:

$$\epsilon_v = -\frac{\Delta V}{V_0} = -s_v \epsilon$$

donde ϵ_v es la deformación volumétrica del suelo, V_0 el volumen inicial, V el volumen en cada instante, $\Delta V = V - V_0$ es el cambio de volumen del suelo, s_v es la pendiente de la curva entre la deformación volumétrica y la deformación de la cavidad. Este parámetro es positivo durante la expansión y negativo durante la contracción (Figura 2.5).

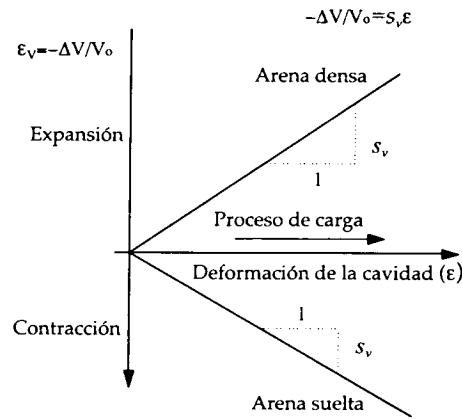


Figura 2.5. Relación lineal entre la deformación volumétrica y la deformación de la cavidad.

Otra relación importante de la deformación volumétrica es la que se establece con el ángulo de dilatancia. Como ya se ha mencionado en el primer capítulo el ángulo de dilatancia es la propiedad mas usada para expresar la tendencia del suelo a dilatarse o contraerse durante el proceso cortante. Si el ángulo de dilatancia es positivo indica que la arena tiende a dilatarse durante el proceso cortante (arenas medio-densas a densas), si es negativo indica que la arena tiende a contraerse durante el proceso cortante (arenas sueltas). Si este ángulo es nulo no hay deformación volumétrica (Figura 2.6).

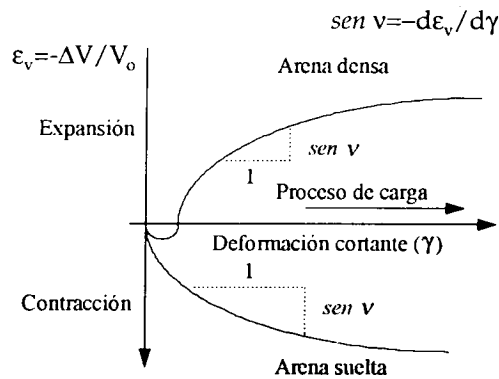


Figura 2.6. Relación entre la deformación volumétrica y la deformación cortante.

Por tanto se define la deformación volumétrica en función del ángulo de dilatancia y de la deformación cortante del siguiente modo:

$$d\epsilon_v = d\left(-\frac{\Delta V}{V_0}\right) = -s_v \nu d\gamma$$

donde ν es el ángulo de dilatancia y γ es la deformación cortante.

Relación constitutiva. La relación tensión-deformación usada para representar el modelo hiperbólico se define a partir de (2.1.) mediante el ratio de tensiones (t/s) como función de la deformación de la cavidad (ϵ):

$$t/s = \frac{\epsilon}{1/S_i + \epsilon/(t/s)_{ult}}$$

donde t es la tensión cortante y se define como la semidiferencia entre la tensión principal mayor (σ_1) y la menor (σ_3), S es la tensión principal normal efectiva que se define como el promedio entre la mayor (σ'_1) y la menor (σ'_3) tensión principal efectiva y S_i la pendiente de la tangente inicial del modelo hiperbólico. Así pues,

$$t = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

$$s = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2}$$

$$\frac{t}{s} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma'_1 + \sigma'_3}$$

Como ya se ha indicado anteriormente (Figura 2.4.b), el valor de la tensión cortante movilizada en cada instante no es sólo función de la deformación de la cavidad sino también de la tensión principal normal efectiva. Con el fin de evitar esta complicación se ha normalizado la tensión cortante de manera que va a ser el ratio (t/s) el que represente de un modo único la relación tensión-deformación —curva única— (Figura 2.7).

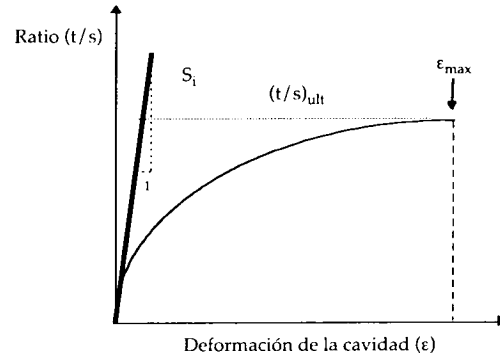


Figura 2.7. Relación tensión-deformación del modelo hiperbólico.

Condición de contorno en la pared de la cavidad. Se considera que cuando la deformación de la cavidad presiométrica es nula ($\varepsilon = 0$) la tensión eficaz radial coincide con la tensión efectiva horizontal inicial ($\sigma_r = \sigma'_{ho}$).

Ecuación analítica del presiómetro en la fase de carga. De la definición dada anteriormente del ratio cortante movilizado (t/s) se puede determinar la siguiente relación entre la tensión efectiva radial y la tensión efectiva circunferencial,

$$\frac{t}{s} = \frac{\sigma'_r - \sigma'_\theta}{\sigma'_r + \sigma'_\theta} = \frac{\frac{\sigma'_r}{\sigma'_\theta} - 1}{\frac{\sigma'_r}{\sigma'_\theta} + 1} \quad ; \quad \frac{t}{s} \left(\frac{\sigma'_r}{\sigma'_\theta} + 1 \right) = \frac{\sigma'_r}{\sigma'_\theta} - 1$$

de donde:

$$\left(\frac{\sigma'_r}{\sigma'_\theta} \right) \left(1 - \frac{t}{s} \right) - \left(1 + \frac{t}{s} \right) = 0$$

luego,

$$\frac{\sigma'_r}{\sigma'_\theta} = \frac{(1+t/s)}{(1-t/s)}$$

Dicha relación se puede expresar en función del ángulo de fricción de pico ($\phi = \phi'$) si se tiene en cuenta la expresión que liga las tensiones con las deformaciones en una expansión plástica ($t/s = \text{constante} = \text{sen } \phi'$) del modo siguiente,

$$\frac{\sigma'_r}{\sigma'_\theta} = \frac{(1+t/s)}{(1-t/s)} = \frac{1 + \text{sen } \phi'}{1 - \text{sen } \phi'} = \frac{1}{N(\varepsilon)}$$

(2.2.)

donde $N(\varepsilon)$ es una expresión del ángulo de fricción función de la deformación de la cavidad, y se define teniendo en cuenta la relación hiperbólica entre tensiones y deformaciones de la siguiente forma,

$$N(\varepsilon) = \frac{\sigma'_\theta}{\sigma'_r} = \frac{(1-t/s)}{(1+t/s)} = \frac{1 - \frac{\varepsilon}{1/S_1 + \varepsilon/(t/s)_{ult}}}{1 + \frac{\varepsilon}{1/S_1 + \varepsilon/(t/s)_{ult}}} = \frac{1/S_1 + \varepsilon/(t/s)_{ult} - \varepsilon}{1/S_1 + \varepsilon/(t/s)_{ult} + \varepsilon}$$

La ecuación de equilibrio del sistema en términos de tensiones efectivas vendrá dada, análogamente a (1.1.), por:

$$\frac{d\sigma'_r}{dr} + \frac{\sigma'_r - \sigma'_\theta}{r} = 0$$

A partir de la ecuación de equilibrio y considerando el ratio tensión efectiva radial tensión efectiva circunferencial (2.2.) se llega, dividiendo por (σ'_r), a la ecuación diferencial siguiente,

$$\frac{d\sigma'_r}{\sigma'_r} = \frac{\frac{\sigma'_\theta}{\sigma'_r} - 1}{r} dr = -\frac{dr}{r} (1 - N(\varepsilon))$$

(2.3.)

Suponiendo que la deformación volumétrica que tiene lugar puede definirse mediante la relación lineal con la deformación de la cavidad,

$$\varepsilon_v = -\frac{\Delta V}{V_0} = -s_v \varepsilon$$

Worth and Windle (1975) presentaron la siguiente ecuación que liga la deformación de la cavidad (ε) con la coordenada radial (v):

$$-\frac{dr}{r} = \frac{(1 + s_v \varepsilon) d\varepsilon}{\varepsilon(1 + \varepsilon)(2 + \varepsilon - s_v)} \quad (2.4.)$$

y definieron la pendiente s_v entre la deformación volumétrica y la deformación de la cavidad en función del ángulo de dilatación (v) y del parámetro (n):

$$s_v = \frac{2 \operatorname{sen} v}{1 + \operatorname{sen} v} = 1 - n$$

donde,

$$n = \frac{1 - \operatorname{sen} v}{1 + \operatorname{sen} v}$$

A partir de (2.4.), teniendo en cuenta estas dos últimas expresiones y despreciando los términos de mayor orden de la deformación de la cavidad —términos ε^2 y superiores— se llega a la ecuación diferencial:

$$-\frac{dr}{r} = \frac{(1 + \varepsilon(1 - n)) d\varepsilon}{\varepsilon(1 + n)}$$

como además,

$$1 - N(\varepsilon) = \frac{\frac{1}{S_i} + \frac{\varepsilon}{(t/s)_{ult}} + \varepsilon - \left(\frac{1}{S_i} + \frac{\varepsilon}{(t/s)_{ult}} - \varepsilon\right)}{\frac{1}{S_i} + \frac{\varepsilon}{(t/s)_{ult}} + \varepsilon} = \frac{2\varepsilon}{\frac{1}{S_i} + \frac{\varepsilon}{(t/s)_{ult}} + \varepsilon}$$

finalmente se tiene,

$$\frac{d\sigma'_r}{\sigma'_r} = \frac{2}{1 + n} \frac{d\varepsilon}{\frac{1}{S_i} + \frac{\varepsilon}{(t/s)_{ult}} + \varepsilon} + \frac{2(1 - n)}{1 + n} \frac{\varepsilon d\varepsilon}{\frac{1}{S_i} + \frac{\varepsilon}{(t/s)_{ult}} + \varepsilon} \quad (2.5.)$$

El parámetro (n) del ángulo de dilatación se considera constante a lo largo de la fase de carga debido a la relación simplificada que se ha tomado para expresar la deformación volumétrica. Además dicho parámetro puede relacionarse con el parámetro del ángulo de fricción ($N = N(\varepsilon)$) mediante la ley de la dilatación de Rowe (1962),

$$n = \frac{N}{K_A^{CV}}$$

donde,

$$K_A^{CV} = \frac{1 - \operatorname{sen} \phi'_{CV}}{1 + \operatorname{sen} \phi'_{CV}}$$

siendo K_A^{CV} el parámetro del ángulo de fricción a volumen constante ϕ'_{CV} .

Por otro lado el valor de (n) puede determinarse también (Ferreira, 1992) en función del ratio final de tensiones ($(t/s)_{ult}$) mediante la expresión:

$$n = \frac{1 - (t/s)_{ult}}{K_A^{CV}(1 + (t/s)_{ult})}$$

Integrando la ecuación diferencial (2.5.) con la condición de contorno citada ($\varepsilon = 0, \sigma_r = \sigma'_{ho}$) y sustituyendo el valor de (n) por la última expresión se llega a la ecuación analítica final de un ensayo presiométrico drenado durante la fase de carga:

$$p' = \sigma'_{ho} \left[1 + \left(\frac{1 + (t/s)_{ult}}{(t/s)_{ult}} \right) S_i \varepsilon \right]^A e^B \quad (2.6.)$$

donde,

$$A = \frac{2S_i \left(\frac{1 + (t/s)_{ult}}{(t/s)_{ult}} \right) - 2 \left(1 - \frac{1 - (t/s)_{ult}}{K_A^{CV}(1 + (t/s)_{ult})} \right)}{S_i \left(\frac{1 + (t/s)_{ult}}{(t/s)_{ult}} \right)^2 \left(1 + \frac{1 - (t/s)_{ult}}{K_A^{CV}(1 + (t/s)_{ult})} \right)}$$

y

$$B = \frac{2 \left(1 - \frac{1 - (t/s)_{ult}}{K_A^{CV}(1 + (t/s)_{ult})} \right) \varepsilon}{\left(\frac{1 + (t/s)_{ult}}{(t/s)_{ult}} \right) \left(1 + \frac{1 - (t/s)_{ult}}{K_A^{CV}(1 + (t/s)_{ult})} \right)}$$

donde e es la base del logaritmo neperiano. Normalmente, para las arenas que se estudian en esta tesis, se considera que valor del ángulo de fricción a volumen constante (ϕ_{CV}) está próximo a 34° .

2.3.1.4 Interpretación geotécnica de los parámetros del modelo hiperbólico. Como se observa en (2.6.), la ecuación analítica desarrollada por Ferreira que representa la fase de carga en un ensayo presiométrico drenado depende de cuatro parámetros:

- La pendiente de la tangente inicial a la curva de la relación hiperbólica (S_i).
- El ratio final de la relación hiperbólica durante la fase de carga ($(t/s)_{ult}$).
- La tensión efectiva horizontal inicial (σ'_{ho}).
- El parámetro del ángulo de fricción a volumen constante (K_A^{CV}).

A partir de estos parámetros del modelo de Ferreira se pueden obtener los siguientes parámetros del suelo:

Módulo elástico cortante inicial (G_i). Este módulo se determina a partir de la pendiente de la tangente inicial a la curva de la relación hiperbólica (S_i). Al comparar las curvas hiperbólicas $[(t/s) - \epsilon]$ y $[(t/s) - \gamma]$ Ferreira [1992] obtiene la relación siguiente:

$$G_i = \frac{S_i \sigma'_{ho}}{2 - s_v}$$

Ángulo de fricción de pico (ϕ'). Teniendo en cuenta el criterio de rotura de Mohr-Coulomb se tiene:

$$\phi' = \text{sen}^{-1}(t/s)_{max}$$

Ángulo de dilatación (v). Conocido el ángulo de fricción a volumen constante y por tanto (K_A^{CV}), el ángulo de dilatación se obtiene a partir de la ley de la dilatación de Rowe [1962 y 1972] del siguiente modo,

$$v = \text{sen}^{-1} \left(\frac{K_A^{CV} - \frac{1 - \text{sen} \phi'_{ult}}{1 + \text{sen} \phi'_{ult}}}{K_A^{CV} + \frac{1 - \text{sen} \phi'_{ult}}{1 + \text{sen} \phi'_{ult}}} \right)$$

2.4 MODELO ELASTO-PLASTICO DE DRUCKER PRAGER

2.4.1 Introducción

En esta tesis además de la modelización de la fase de carga del experimento presiométrico mediante una ley analítica hiperbólica se ha llevado a cabo la modelización del ensayo con una ley elastoplástica.

A la hora de formular adecuadamente un modelo elastoplástico se deben considerar fundamentalmente tres aspectos:

- Una ley que describa el comportamiento del material (relación tensión-deformación) antes de que se alcance la deformación plástica, es decir, mientras el material se comporta elásticamente.
- Un criterio de fluencia que establezca el nivel de tensión al que van a comenzar las deformaciones irreversibles, el llamado flujo plástico.
- Una relación tensión-deformación que gobierne el comportamiento del material una vez alcanzado dicho nivel de fluencia, es decir, cuando la deformación total tenga una componente elástica y otra plástica.

Los dos modelos de comportamiento no lineales que generalmente se emplean para simular el comportamiento de medios granulares son el criterio de Mohr-Coulomb y el criterio de fluencia de Drucker-Prager.

Históricamente se puede decir que fue Coulomb (1773) el que propuso el primer criterio de fluencia para suelos. Dicho criterio se comporta como un criterio de rotura y viene dado por la expresión,

$$\tau = c - \sigma_n \tan \phi$$

(2.7.)

donde τ es la tensión cortante en el plano de rotura, c es la cohesión del medio, σ_n la tensión normal sobre el plano de rotura y ϕ el ángulo de fricción. Mohr (1882) demostró que la ecuación (2.7.) correspondía a la ecuación de la recta tangente al círculo de Mohr correspondiente a la mayor tensión principal en unos ejes σ_n, τ , tal y como se aprecia en la Figura (2.8) con $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ como tensiones principales.

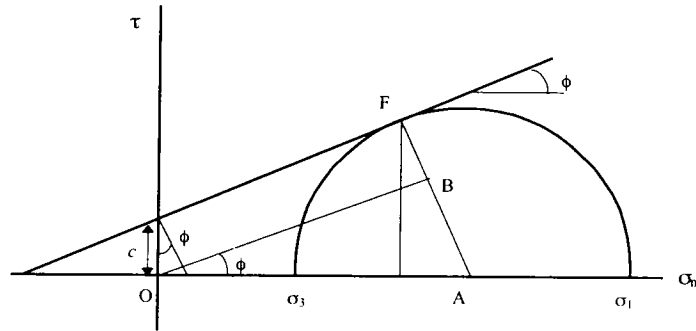


Figura 2.8. Parámetros del modelo de Mohr-Coulomb.

El concepto de círculo de Mohr permite expresar el criterio (2.7.) en función de las tensiones principales. A partir de la Figura 2.8 se tiene que,

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = AB + BF$$

es decir,

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = OA \operatorname{sen} \phi + c \cos \phi$$

o bien,

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \operatorname{sen} \phi + c \cos \phi$$

(2.8.)

donde σ_1 y σ_3 son respectivamente las tensiones principales mayor y menor. Como puede apreciarse el criterio de Mohr-Coulomb no tiene en cuenta los efectos de la tensión principal intermedia σ_2 .

Para determinar la superficie de fluencia de Mohr-Coulomb en su totalidad basta considerar todas y cada una de las posibles combinaciones de las tensiones principales. Así, en el espacio de tensiones principales la superficie de fluencia viene representada por una superficie cónica cuya sección normal al eje del cono es, en cualquier punto, un hexágono irregular (Figura 2.9).

Cuando se cumple que $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ se obtiene de (2.8) la tensión hidrostática principal $\sigma_m = -c \cotg \phi$, indicando que el vértice de la pirámide hexagonal se sitúa sobre el espacio diagonal (Figura 2.9.) en el punto $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = -c \cotg \phi$.

En este trabajo se ha considerado el criterio de fluencia de Drucker Prager. Dicho criterio es usado frecuentemente para modelizar materiales granulares. En realidad es una aproximación de la ley de Mohr-Coulomb modificando el criterio de fluencia de Von Mises e introduciendo la influencia de la componente hidrostática de las tensiones en la fluencia. De este modo se tiene en cuenta la característica principal del comportamiento de los ensayos drenados, que como ya se ha dicho es el cambio de volumen del medio. El modelo es usado como una superficie de rotura, en el sentido de que el material fluye cuando las tensiones alcanzan la tensión de fluencia.

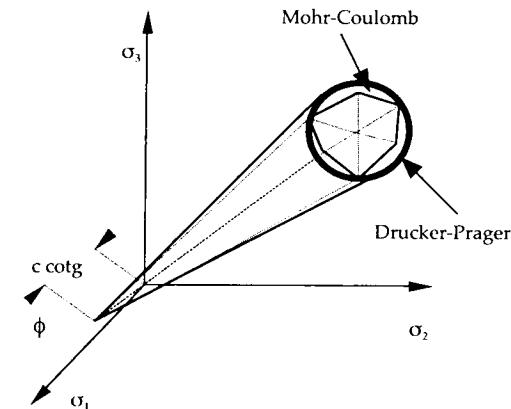


Figura 2.9. Representación geométrica de los criterios de fluencia de Mohr-Coulomb y Drucker-Prager en el espacio de tensiones principales.

2.4.2 Relación tensión-deformación elástica

El comportamiento del material antes de alcanzar el nivel de fluencia está definido por la ley de Hook generalizada, que relaciona el tensor de tensiones (σ_{ij}) con el tensor de deformaciones (ϵ_{kl}):

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\epsilon_{kl}$$

donde C_{ijkl} es el tensor de coeficientes elásticos. Cuando el material es homogéneo e isótropo los coeficientes de C_{ijkl} son constantes en todo el material y tienen la siguiente expresión,

$$C_{ijkl} = \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})$$

donde λ y μ son las constantes de Lamé y δ_{ij} la delta de Kronecker. A μ también se le suele denominar módulo cortante elástico G .

Las constantes de Lamé están relacionadas con el módulo elástico de Young (E) y con el coeficiente de Poisson (ν) por las siguientes expresiones,

$$\mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad ; \quad \lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

2.4.3 Criterio de fluencia

Como se ha dicho en la introducción el criterio de fluencia indica el nivel de tensión al que va a tener lugar la fluencia, o dicho de otro modo, el momento en el que aparecen las primeras deformaciones plásticas. Este criterio puede escribirse, en forma general, como:

$$f(\sigma_{ij}) = K(k)$$

donde f es una determinada función y K es un parámetro del material que debe determinarse experimentalmente y que es función del endurecimiento k .

Además, el criterio de fluencia no debe depender del sistema de coordenadas por lo que debe ser función únicamente de los invariantes de tensión. Por tanto en los estados de tensión en los que se cumpla $f=K$ habrá deformaciones plásticas mientras que no las habrá, serán únicamente elásticas, en aquellos estados de tensión en los que se cumpla $f < K$.

Dado que el tensor de tensiones puede expresarse en función de sus componentes desviadoras (σ'_{ij}) y de sus componentes hidrostáticas (σ_{ii}), es decir,

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} + \frac{1}{3}\delta_{ij}\sigma_{kk}$$

se pueden definir los invariantes de tensión (J_1, J_2, J_3) y los invariantes de tensión desviadora (J'_1, J'_2, J'_3) referidos respectivamente al tensor de tensiones σ_{ij} y al tensor de tensiones desviadoras σ'_{ij} . Las expresiones de cada uno de ellos son las siguientes:

$$\begin{aligned} J_1 &= \sigma_{ii} & J'_1 &= 0 \\ J_2 &= \frac{1}{2}\sigma_{ij}\sigma_{ij} & J'_2 &= \frac{1}{2}\sigma'_{ij}\sigma'_{ij} \\ J_3 &= \frac{1}{3}\sigma_{ij}\sigma_{jk}\sigma_{ki} & J'_3 &= \frac{1}{3}\sigma'_{ij}\sigma'_{jk}\sigma'_{ki} \end{aligned}$$

Cuando las deformaciones plásticas no dependen de la presión hidrostática —no hay cambio de volumen— el criterio de fluencia dependerá únicamente de J'_2 y/o de J'_3 , es decir, $f(J'_2, J'_3) = K(k)$. Es lo que sucede normalmente con los metales, véase el criterio de fluencia de Von Mises que sugiere que el material fluye plásticamente cuando J'_2 alcanza el valor crítico siguiente:

$$(J'_2)^{1/2} = K(k)$$

En los materiales granulares no sucede esto y el criterio de fluencia debe tener en cuenta la componente hidrostática de las tensiones. Modificando el criterio de fluencia de Von Mises e introduciendo la influencia de la componente hidrostática de las tensiones en la fluencia se llega a la expresión del criterio de fluencia de Drucker-Prager (1952):

$$\alpha J_1 + (J_2')^{1/2} = K' \quad (2.9.)$$

donde:

J_1 es el primer invariante de tensión $J_1 = \sigma_{ii}$.

J_2' es el segundo invariante de tensiones desviadoras $J_2' = \frac{1}{2} \sigma_{ij}' \sigma_{ij}'$, es decir,

$$\begin{aligned} J_2' &= \frac{1}{2} \sigma_{ij}' \sigma_{ij}' = \frac{1}{2} [\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2] + \sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2 = \\ &= \frac{1}{6} [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{33})^2] + \sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2 \end{aligned}$$

o bien, en tensiones principales,

$$J_2' = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$

La superficie de fluencia de Drucker-Prager tiene forma de cono circular (Figura 2.9). Dependiendo si la superficie de fluencia (Figura 2.10) pasa en cada sección por los vértices externos del hexágono que define la superficie de rotura de Mohr-Coulomb (compresión) o por el contrario pasa por los vértices internos (expansión), los valores de α y K' serán diferentes.

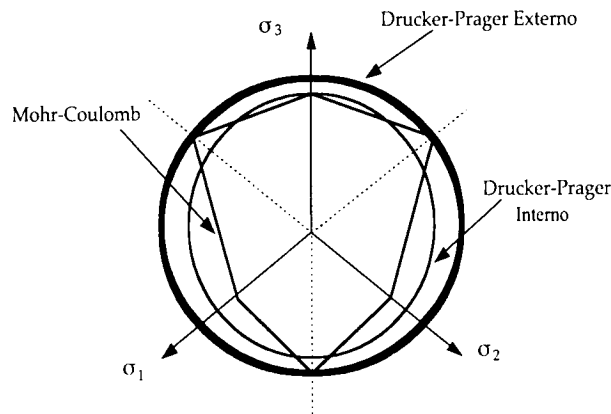


Figura 2.10. Representación en el plano p de los criterios de fluencia de Mohr-Coulomb y Drucker-Prager.

En el caso de coincidir el cono con los vértices externos de la superficie hexagonal de Mohr-Coulomb (Drucker-Prager Externo) las expresiones de α y K' son las siguientes:

$$\alpha = \frac{2 \operatorname{sen} \phi}{\sqrt{3}(3 - \operatorname{sen} \phi)} \quad K' = \frac{6c \cos \phi}{\sqrt{3}(3 - \operatorname{sen} \phi)}$$

En el caso de tomar la superficie interior (Drucker-Prager Interno) se tiene,

$$\alpha = \frac{2 \operatorname{sen} \phi}{\sqrt{3}(3 + \operatorname{sen} \phi)} \quad K' = \frac{6c \cos \phi}{\sqrt{3}(3 + \operatorname{sen} \phi)}$$

donde c es la cohesión del material y ϕ su ángulo de fricción.

2.4.4 Relación tensión-deformación elastoplástica

Cuando se produce por primera vez la fluencia el comportamiento del material será parcialmente elástico y parcialmente plástico. Por tanto, se considera que los cambios en las deformaciones pueden dividirse en dos componentes, una elástica ($d\varepsilon_{ij}^{el}$) y otra plástica ($d\varepsilon_{ij}^{pl}$):

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^{el} + d\varepsilon_{ij}^{pl}$$

La relación entre el incremento de la deformación elástica y el incremento de tensiones, descomponiendo éstas en sus componentes desviadora ($d\sigma'_{ij}$) e hidrostática ($d\sigma_{kk}$), es la siguiente:

$$d\varepsilon_{ij}^{el} = \frac{d\sigma'_{ij}}{2\mu} + \frac{(1-2\nu)}{E} \delta_{ij} d\sigma_{kk} \quad (2.10.)$$

donde E y ν son respectivamente el módulo elástico y el módulo de Poisson del material.

De la misma forma que se ha definido una relación entre el incremento de la deformación elástica y el incremento de tensiones se debe establecer una rela-

ción entre el incremento de tensiones y el incremento de deformación plástica. Esto se lleva a cabo por medio de la ley de flujo.

Ley de flujo. La ley de flujo es la relación entre la componente de la deformación plástica y el incremento de tensiones. Dicha ley gobierna el flujo plástico después de la fluencia. Esta relación considera que el incremento de la deformación plástica es proporcional al gradiente con respecto a las tensiones de una cantidad llamada potencial plástico Q , es decir,

$$d\varepsilon_{ij}^{pl} = d\lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} \quad (2.11.)$$

donde $d\lambda$ es el multiplicador plástico. En general se puede suponer que este potencial va a ser también función de los invariantes J_2 y J_3 .

Cuando la función del potencial plástico Q , y la función de fluencia f , pueden considerarse iguales en algunos materiales —ambas dependen en principio de J_2 y J_3 —, entonces se dice que dichos materiales siguen una ley plástica de flujo asociativo. En este caso la ecuación (2.11.) se convierte en:

$$d\varepsilon_{ij}^{pl} = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}$$

que recibe el nombre de condición de normalidad (Figura 2.11) ya que $\partial f / \partial \sigma_{ij}$ es un vector normal a la superficie de fluencia f (normal al cono en el caso de Drucker-Prager) en el punto que en cada caso se considere.

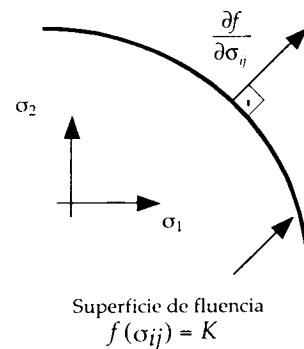


Figura 2.11. Representación geométrica de la condición de normalidad de la plasticidad asociada.

La condición de normalidad se toma en consideración y es generalmente aceptada cuando se trabaja con metales. Cuando se trabaja con rocas, hormigón o suelos la consideración de esta hipótesis conlleva un comportamiento dilatante excesivo. Además tanto el modelo de Drucker-Prager como el de Mohr-Coulomb suponen que el material puede resistir una compresión hidrostática sin límites lo cual no se corresponde con los medios granulares. Por estas razones se precisan formulaciones alternativas que superen estas dificultades y que permitan realizar una modelización adecuada del material. Así han surgido los modelos del estado crítico.

A continuación se cita el caso particular de las ecuaciones de Prandtl-Reuss. Estas ecuaciones se obtienen al considerar la función de fluencia f como con flujo asociado, es decir,

$$d\varepsilon_{ij}^{pl} = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = d\lambda \frac{\partial f_2}{\partial \sigma_{ij}} = d\lambda \sigma_{ij}$$

Deformación con endurecimiento y deformación con ablandamiento. Tras alcanzarse por primera vez la fluencia, el estado tensional en el que se van a producir las deformaciones plásticas sucesivas va a depender del nivel de deformación plástica que haya en cada instante. Es decir, la superficie de fluencia va a variar con el nivel de deformación plástica. A este fenómeno se le denomina trabajo de endurecimiento ó deformación con endurecimiento.

Existen diferentes modelos de endurecimiento que representan el comportamiento de distintos materiales. En un material que se comporta según una ley de comportamiento perfectamente plástica el nivel de tensión al que tiene lugar la fluencia no depende del grado de plastificación y la superficie de fluencia no varía en el espacio de tensiones (Figura 2.12.a). Cuando la superficie de fluencia describe una expansión (contracción) respecto de su forma original al aumentar el grado de plastificación, sin que se produzca una traslación de la misma, el modelo de endurecimiento se denomina isótropo (Figura 2.12.b). Por el contrario cuando la superficie de fluencia conserva su forma y orientación original pero se traslada por el espacio de tensiones como si se tratase de un cuerpo rígido se dice que tiene lugar un endurecimiento cinemático (Figura 2.12.c).

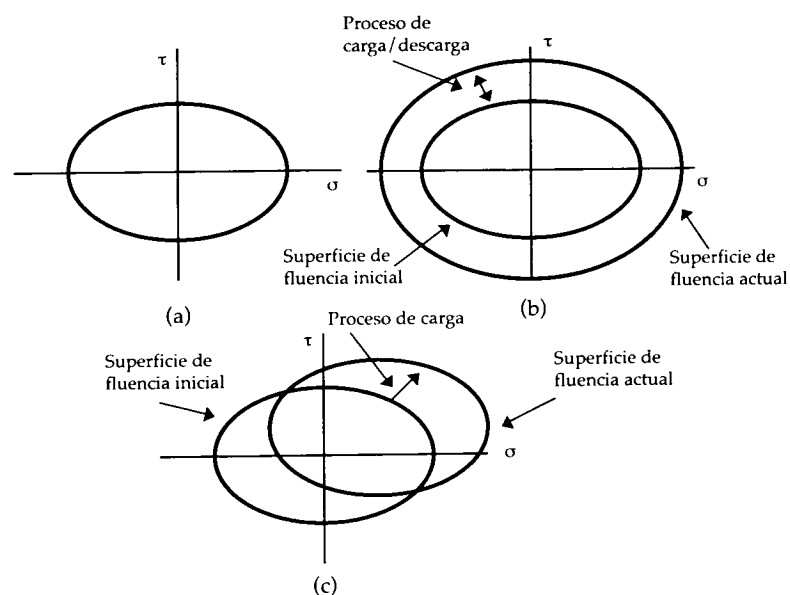


Figura 2.12. Modelos matemáticos de representación del endurecimiento en el espacio de tensiones.

En algunos materiales, entre ellos en los suelos, puede ocurrir que la superficie de fluencia disminuya al aumentar la deformación plástica. Cuando sucede este fenómeno ya no se habla de endurecimiento sino de ablandamiento. En el modelo isótropo —que es el modelo que se considera en este trabajo— el ablandamiento supone que la superficie de fluencia se contrae a medida que aumenta la deformación plástica. En este caso la fluencia conlleva una rotura local y la superficie de fluencia se convierte en un criterio de rotura.

Para poder describir la evolución que sufre la superficie de fluencia se relaciona la tensión de fluencia K con la deformación plástica a través del llamado parámetro de endurecimiento k . Una de las formas de definir el parámetro k es relacionarlo con una medida de la deformación plástica total o deformación plástica equivalente ($\bar{\epsilon}_p$) que se define como sigue,

$$d\bar{\epsilon}_p = \left(\frac{2}{3} \left\{ (d\epsilon_{ij})_p (d\epsilon_{ij})_p \right\} \right)^{1/2}$$

El resultado de integrar la expresión anterior a lo largo de una trayectoria de deformación se identifica con el parámetro de endurecimiento k :

$$\bar{\epsilon}_p = k$$

En un estado de tensiones en el que se producen deformaciones plásticas ($f=K$) el cambio que se produce en la superficie de fluencia (expansión/contracción ó endurecimiento/ablandamiento) como consecuencia del incremento de las tensiones viene dado por la expresión,

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij}$$

Cuando $df < 0$ se produce una descarga elástica y el punto que se está estudiando vuelve al interior de la superficie de fluencia, donde el comportamiento es elástico. Cuando $df = 0$ indica que no hay aumento de carga por lo que el punto permanece sobre la superficie de fluencia y se comporta plásticamente —comportamiento perfectamente plástico—. Por último, cuando $df > 0$ tiene lugar una carga plástica y el punto que se está estudiando permanece sobre la superficie de fluencia mientras ésta se expande —comportamiento plástico para un material con endurecimiento plástico—.

Añadiendo a la expresión (2.10.), que liga el incremento de deformación elástica con el incremento de tensiones, la expresión que relaciona éste último con el incremento de deformación plástica se llega a la relación que liga ambas deformaciones con las tensiones,

$$d\epsilon_{ij} = \frac{d\sigma_{ij}}{2\mu} + \frac{(1-2\nu)}{E} \delta_{ij} d\sigma_{kk} + d\lambda \frac{df}{\partial \sigma_{ij}} \quad (2.12.)$$

2.4.5 Parámetros del modelo elasto-plástico

Como se acaba de escribir, el modelo elastoplástico definido por el modelo constitutivo de Drucker-Prager está caracterizado por un conjunto de parámetros que se usarán para definir el material correspondiente a cada ensayo presiométrico. Dichos parámetros son los siguientes:

- El módulo elástico o módulo de Young (E).
- El coeficiente de Poisson (ν).
- La tensión de fluencia K .
- El ángulo de fricción (ϕ).

2.4.6 Formulación matricial del modelo elastoplástico

En este apartado se desarrolla una formulación matricial [Owen *et al*, 1986] de las expresiones vistas hasta ahora referidas al modelo elastoplástico de Drucker-Prager con el fin de poder llevar a cabo una resolución numérica del problema elastoplástico que nos ocupa, la expansión de la cavidad del presiómetro en medios granulares.

Como se ha dicho anteriormente el criterio de fluencia indica el nivel de tensión a partir del cual tienen lugar las deformaciones plásticas y viene dado por la expresión genérica:

$$f(\sigma) = K(k)$$

Llamando F —que dependerá del nivel de tensión σ y del endurecimiento k — a la diferencia de la función de fluencia f y del parámetro del material K , que depende del endurecimiento k , se tiene:

$$F(\sigma, k) = f(\sigma) - K(k) = 0$$

diferenciando,

$$dF = \frac{\partial F}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial F}{\partial k} dk = 0$$

Esta expresión puede también escribirse como:

$$a^T d\sigma - Ad\lambda = 0$$

$$a^T d\sigma = Ad\lambda$$

llamando,

$$a^T = \frac{\partial F}{\partial \sigma} = \left[\frac{\partial F}{\partial \sigma_x}, \frac{\partial F}{\partial \sigma_y}, \frac{\partial F}{\partial \sigma_z}, \frac{\partial F}{\partial \tau_{yz}}, \frac{\partial F}{\partial \tau_{zx}}, \frac{\partial F}{\partial \tau_{xy}} \right]$$

$$A = -\frac{1}{d\lambda} \frac{\partial F}{\partial k} dk$$

donde a se denomina vector de flujo y A es un escalar.

A partir de aquí la expresión de la relación incremental completa que liga tensiones con deformaciones elastoplásticas (2.12.) puede escribirse:

$$d\varepsilon = D^{-1} d\sigma + d\lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma} \quad (2.13.)$$

donde D es la matriz de constantes elásticas. Si en esta expresión se premultiplican ambos miembros por $a^T D$, sabiendo que $\partial F / \partial \sigma = a^T$, entonces:

$$a^T D d\varepsilon = a^T D (D^{-1} d\sigma + d\lambda a^T)$$

y se sustituye $a^T d\sigma = Ad\lambda$, se obtiene la expresión del multiplicador plástico siguiente,

$$d\lambda = \frac{1}{A + a^T D a} a^T D d\varepsilon$$

Esta última expresión permite escribir la relación incremental completa (2.13.) anterior como:

$$d\sigma = D_{cp} d\varepsilon \quad (2.14.)$$

donde,

$$D_{cp} = D - \frac{D a a^T D}{A + a^T D a}$$

o bien, llamando $d_D = D a$,

$$D_{cp} = D - \frac{d_D d_D^T}{A + d_D^T a} \quad (2.15.)$$

Además, el escalar A , si se considera la condición de normalidad, es igual a H' , de donde:

$$H' = \frac{E_T}{1 - E_T/E}$$

donde E es el módulo elástico y E_T el módulo tangente elastoplástico en un ensayo elastoplástico uniaxial ($\sigma_1 = \sigma_1, \sigma_2 = \sigma_3 = 0$)

2.4.7 Formulación alternativa para la computación numérica

Con el fin de poder emplear adecuadamente los diferentes criterios de fluencia en la computación numérica es muy útil expresarlos en función de unos invariantes de tensión alternativos. Esta idea fue sugerida por Nayak *et al* en 1972 y tiene como principal ventaja que trabaja con una forma general de la función de fluencia y de la ley de flujo, precisando únicamente tres constantes (C_1, C_2, C_3) para cada criterio de fluencia.

La ecuación característica del tensor de tensiones desviadoras permite obtener, como raíces de la misma, las tres tensiones desviadoras principales ($\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$). Dicha ecuación característica viene dada, en función de los invariantes de tensión desviadora, por la expresión:

$$\sigma'^3 - J'_2 \sigma' - J'_3 = 0 \quad (2.16.)$$

Teniendo en cuenta la identidad trigonométrica siguiente,

$$\text{sen}^3 \theta - \frac{3}{4} \text{sen} \theta + \frac{1}{4} \text{sen} 3\theta = 0 \quad (2.17.)$$

y, haciendo el cambio de variable $\sigma' = r \text{sen} \theta$, a partir de la ecuación característica se tiene:

$$r^3 \text{sen}^3 \theta - J'_2 r \text{sen} \theta - J'_3 = 0$$

o bien,

$$\text{sen}^3 \theta - \frac{J'_2}{r^2} \text{sen} \theta - \frac{J'_3}{r^3} = 0$$

y comparando término a término la ecuación (2.17.) con esta última ecuación se obtiene:

$$r = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{J'_2}$$

$$\text{sen} 3\theta = -\frac{4}{r^3} J'_3 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J'_3}{(J'_2)^{3/2}} \quad (2.18.)$$

Una alternativa del tercer invariante de tensión desviadora (J'_3) es la primera raíz en (θ) de la expresión anterior considerando que 3θ puede variar en un rango de $\pm \pi/2$. A partir de la naturaleza cíclica de $\text{sen}(3\theta + 2n\pi)$ se obtienen los tres posibles valores del $\text{sen} \theta$ que definen las tres tensiones principales. Las tres tensiones principales desviadoras se determinan mediante $\sigma' = r \text{sen} \theta$ sustituyendo los tres valores de $\text{sen} \theta$ obtenidos. Las tensiones principales totales se obtienen al sumar a las tensiones desviadoras principales la tensión hidrostática principal, es decir,

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{pmatrix} = \frac{2(J'_2)^{1/2}}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} \text{sen}(\theta + 2\pi/3) \\ \text{sen} \theta \\ \text{sen}(\theta + 4\pi/3) \end{pmatrix} + \frac{J_1}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

donde $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ y $-\pi/6 \leq \theta \leq \pi/6$.

Por tanto ahora se puede expresar el criterio de fluencia de Drucker-Prager en función de J_1, J_2 y θ . Recordando la expresión de este criterio (2.9.),

$$\alpha J_1 + (J_2)^{1/2} = K'$$

se aprecia que no depende del tercer invariante. Sin embargo, cuando se quiere calcular la matriz D_{ep} es preciso expresar el vector de flujo a^T en función de J_1, J_2 y θ para que sea coherente la nueva formulación. Es decir,

$$a^T = \frac{\partial F}{\partial \sigma} = \frac{\partial F}{\partial J_1} \frac{\partial J_1}{\partial \sigma} + \frac{\partial F}{\partial (J_2)^{1/2}} \frac{\partial (J_2)^{1/2}}{\partial \sigma} + \frac{\partial F}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \sigma} \quad (2.19.)$$

donde $\sigma^T = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{xy}]$.

Diferenciando (2.18.) con respecto las tensiones se obtiene,

$$3 \cos 3\theta \frac{\partial \theta}{\partial \sigma} = -\frac{3\sqrt{3}}{2} \left(\frac{1}{(J_2)^{3/2}} \frac{\partial J_3}{\partial \sigma} - \frac{3J_3}{(J_2)^2} \frac{\partial (J_2)^{1/2}}{\partial \sigma} \right)$$

o bien,

$$\frac{\partial \theta}{\partial \sigma} = -\frac{\sqrt{3}}{2 \cos 3\theta} \left(\frac{1}{(J_2)^{3/2}} \frac{\partial J_3}{\partial \sigma} - \frac{3J_3}{(J_2)^2} \frac{\partial (J_2)^{1/2}}{\partial \sigma} \right)$$

Expresando J_3 en función de θ a partir de (2.18.) se tiene:

$$J_3 = \frac{-2(J_2)^{3/2} \sin 3\theta}{3\sqrt{3}}$$

y sustituyendo la última expresión de $\frac{\partial \theta}{\partial \sigma}$ en la expresión del vector de flujo (2.19.) se obtiene,

$$a^T = \frac{\partial F}{\partial J_1} \frac{\partial J_1}{\partial \sigma} + \frac{\partial F}{\partial (J_2)^{1/2}} \frac{\partial (J_2)^{1/2}}{\partial \sigma} - \frac{\partial F}{\partial \theta} \frac{\sqrt{3}}{2 \cos 3\theta} \left(\frac{1}{(J_2)^{3/2}} \frac{\partial J_3}{\partial \sigma} - \frac{3J_3}{(J_2)^2} \frac{\partial (J_2)^{1/2}}{\partial \sigma} \right)$$

de donde,

$$a^T = \frac{\partial F}{\partial J_1} \frac{\partial J_1}{\partial \sigma} + \left(\frac{\partial F}{\partial (J_2)^{1/2}} + \frac{3\sqrt{3}J_3}{2 \cos 3\theta (J_2)^2} \frac{\partial F}{\partial \theta} \right) \frac{\partial (J_2)^{1/2}}{\partial \sigma} - \frac{\sqrt{3}}{2 \cos 3\theta} \frac{1}{(J_2)^{3/2}} \frac{\partial F}{\partial \theta} \frac{\partial J_3}{\partial \sigma}$$

y operando,

$$a^T = \frac{\partial F}{\partial J_1} \frac{\partial J_1}{\partial \sigma} + \left(\frac{\partial F}{\partial (J_2)^{1/2}} - \frac{\tan 3\theta}{(J_2)^{1/2}} \frac{\partial F}{\partial \theta} \right) \frac{\partial (J_2)^{1/2}}{\partial \sigma} - \frac{\sqrt{3}}{2 \cos 3\theta} \frac{1}{(J_2)^{3/2}} \frac{\partial F}{\partial \theta} \frac{\partial J_3}{\partial \sigma}$$

expresión del vector de flujo que puede escribirse como,

$$a^T = C_1 a_1^T + C_2 a_2^T + C_3 a_3^T$$

donde,

$$a_1^T = \frac{\partial J_1}{\partial \sigma} = \{1, 1, 1, 0, 0, 0\}$$

$$a_2^T = \frac{\partial (J_2)^{1/2}}{\partial \sigma} = \frac{1}{2(J_2)^{1/2}} \{ \sigma'_x, \sigma'_y, \sigma'_z, 2\tau_{yz}, 2\tau_{zx}, 2\tau_{xy} \}$$

$$a_3^T = \frac{\partial J_3}{\partial \sigma} = \left\{ (\sigma'_y \sigma'_z - \tau_{yz}^2 + \frac{J_2}{3}), (\sigma'_x \sigma'_z - \tau_{xz}^2 + \frac{J_2}{3}), (\sigma'_x \sigma'_y - \tau_{xy}^2 + \frac{J_2}{3}), \right. \\ \left. 2(\tau_{xz} \tau_{xy} - \sigma'_x \tau_{yz}), 2(\tau_{xy} \tau_{yz} - \sigma'_y \tau_{xz}), 2(\tau_{xz} \tau_{yz} - \sigma'_z \tau_{xy}) \right\}$$

$$C_1 = \frac{\partial F}{\partial J_1}$$

$$C_2 = \left(\frac{\partial F}{\partial (J_2)^{1/2}} - \frac{\tan 3\theta}{(J_2)^{1/2}} \frac{\partial F}{\partial \theta} \right)$$

$$C_3 = \left(\frac{-\sqrt{3}}{2 \cos 3\theta} \frac{1}{(J_2)^{3/2}} \frac{\partial F}{\partial \theta} \right)$$

Por tanto, a partir de la formulación alternativa de Nayak, se puede definir la superficie de fluencia mediante el valor de las tres constantes C_1 , C_2 y C_3 . Esta es una gran ventaja pues permite unificar y simplificar la programación de las diferentes superficies de fluencia. Cada una de ellas vendrá definida por un

juego de constantes. Para el criterio de fluencia de Drucker-Prager en valor de dichas constantes es el siguiente:

$$\left. \begin{array}{l} C_1 = \alpha \\ C_2 = 1 \\ C_3 = 0 \end{array} \right\} \quad (2.20.)$$

donde α , como ya se ha mencionado anteriormente, es función del ángulo de rozamiento interno (ϕ), es decir, es una característica del material que se pretende modelizar.

2.4.8 Problemas bidimensionales. Expresiones básicas.

Un problema tridimensional puede ser tratado, en ocasiones, como un problema bidimensional. Básicamente se pueden considerar tres tipos de condiciones que permiten esta simplificación: tensión plana, deformación plana y axisimetría. En todas ellas, al pasar de tres dimensiones a dos, habrá una serie de componentes de la tensión y/o de la deformación que desaparezcan de la formulación vista hasta ahora. Concretamente existen únicamente cuatro componentes de tensión y de deformación que no se anulan.

2.4.8.1 Tensión plana. Esta simplificación se lleva a cabo cuando una dimensión (eje z , espesor t) es despreciable frente a las otras dos (eje x e y) y la aplicación de la carga exterior esta contenida en el plano perpendicular a la dimensión despreciable. La coordenada z se toma como dirección independiente y se sitúa en último lugar en el vector de tensiones. En este caso el vector de tensiones tiene como componentes $\sigma^T = (\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \sigma_z)$ donde σ_z es nula. Es decir, todas las tensiones se consideran que están contenidas en el plano xy .

2.4.8.2 Deformación plana. Esta condición tiene lugar cuando una dimensión (eje z) es suficientemente grande comparada con las otras dos (eje x e y) y la carga exterior está contenida en el plano xy o en planos paralelos. En este caso el vector de tensiones tiene las mismas componentes que en el caso de tensión plana $\sigma^T = (\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \sigma_z)$ con la salvedad que la deformación en la dirección perpendicular al plano xy se considera nula ($\epsilon_z = 0$). Es decir, toda la deforma-

ción tiene lugar en el plano xy . También aquí la coordenada z se toma como dirección independiente y se sitúa en último lugar en el vector de tensiones.

2.4.8.3 Axisimetría. Esta ha sido la simplificación empleada en la modelización del ensayo presiométrico con el modelo elastoplástico y por tanto se le presta una atención mayor.

La condición de axisimetría se toma en consideración cuando se tiene un sólido tridimensional simétrico respecto a un eje (eje z), también llamado eje de revolución, que está sometido a cargas y condiciones de contorno también simétricas respecto a dicho eje (Figura 2.13).

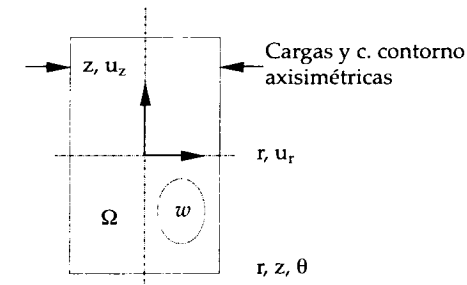


Figura 2.13. Sólido axisimétrico.

En estas condiciones y considerando coordenadas cilíndricas (r, z, θ) el comportamiento del sólido será independiente de la coordenada circunferencial o tangencial (θ) con lo que se habrá conseguido reducir el problema tridimensional a un problema bidimensional. Ahora el vector de tensiones cambia la nomenclatura de sus componentes y viene dado por $\sigma^T = (\sigma_r, \sigma_z, \tau_{rz}, \sigma_\theta)$, donde σ_r es la tensión radial, σ_z la tensión axial y σ_θ es la tensión circunferencial.

En resumen, el vector de flujo tendrá, en la modelización de problemas bidimensionales, únicamente cuatro componentes, es decir,

$$a^T = \left[\frac{\partial F}{\partial \sigma_r}, \frac{\partial F}{\partial \sigma_z}, \frac{\partial F}{\partial \tau_{rz}}, \frac{\partial F}{\partial \sigma_\theta} \right]$$

para la condición de axisimetría. Para las condiciones de tensión plana y deformación plana basta con sustituir r, z y θ por x, y y z respectivamente.

Las componentes del vector de flujo según la formulación alternativa empleada para la programación de las diferentes superficies de fluencia es la siguiente,

$$a = C_1 a_1 + C_2 a_2 + C_3 a_3$$

donde,

$$a_1^T = \{1, 1, 0, 1\}$$

$$a_2^T = \frac{1}{2(J_2)^{1/2}} \{\sigma_r, \sigma_z, \tau_{rz}, \sigma_\theta\}$$

$$a_3^T = \left\{ (\sigma_z \sigma_\theta + \frac{J_2}{3}), (\sigma_r \sigma_\theta + \frac{J_2}{3}), -2\sigma_\theta \tau_{rz}, (\sigma_r \sigma_z - \tau_{rz}^2 + \frac{J_2}{3}) \right\}$$

con los valores de las constantes C_1 , C_2 y C_3 , para el caso de Drucker-Prager, citados anteriormente en (2.20.).

Para poder definir completamente la matriz elastoplástica (D_{ep}) de la relación incremental tensión-deformación ($d\sigma = D_{ep} d\varepsilon$, (2.14.)) es preciso definir d_D tal y como se indicó en la formulación matricial de la relación tensión-deformación vista anteriormente. Además el vector d_D —según (2.15.)— es el producto de la matriz de comportamiento elástico (D) y del vector de flujo (a):

$$d_D = Da$$

y en el caso de axisimetría tendrá como componentes:

$$d_D = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{pmatrix} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & \frac{\nu}{1-\nu} \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 & \frac{\nu}{1-\nu} \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix}$$

de donde,

$$d_D = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{E}{1+\nu} a_1 + M_1 \\ \frac{E}{1+\nu} a_2 + M_1 \\ \frac{E}{2(1+\nu)} a_3 \\ \frac{E}{1+\nu} a_4 + M_1 \end{pmatrix} \quad \text{con} \quad M_1 = \frac{E\nu(a_1 + a_2 + a_4)}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

siendo E es el módulo elástico y ν el coeficiente de Poisson.

2.4.9 Ecuaciones que gobiernan el comportamiento elastoplástico de un sólido axisimétrico

A la hora de plantear adecuadamente el problema físico es preciso tener en cuenta la contribución al mismo de todos y cada uno de los factores que afectan al sistema. El objetivo por tanto será determinar cuál es el valor de la función incógnita (desplazamiento) en cada uno de los puntos del dominio sometido a un conjunto de esfuerzos interiores y exteriores, y a una serie de condiciones de contorno e iniciales. En el caso axisimétrico todas las expresiones se referirán a un sistema de coordenadas cilíndricas.

Para ello, a partir de las ecuaciones constitutivas y del principio de conservación, que establece que dentro de cualquier subdominio ω del dominio Ω (Figura 2.13) de nuestro problema el flujo neto que atraviesa el contorno $\partial\omega$ del subdominio debe ser igual a la suma producida por las fuerzas interiores o másicas, se puede decir que localmente se verifica:

$$\nabla\sigma = bu \quad (2.21.)$$

donde $\nabla\sigma$ es la expresión del flujo después de aplicar el teorema de la divergencia al subdominio ω , y bu son las fuerzas másicas que por definición son las que actúan por unidad de volumen en las direcciones de los desplazamientos u en cada punto del subdominio.

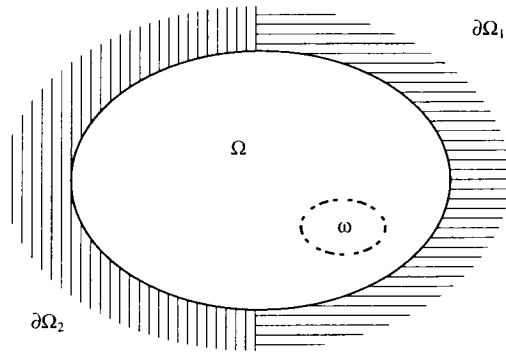


Figura 2.14. Dominio Ω con contorno dividido en dos regiones $\partial\Omega_1$ y $\partial\Omega_2$.

Planteando el problema globalmente se tendrán que tener en cuenta además las condiciones en el contorno de Ω , que en general son de dos tipos. Dividiendo el contorno de Ω en dos regiones (Figura 2.14) se considera que en los $\partial\Omega_1$ valores de la función incógnita están prescritos, mientras que en $\partial\Omega_2$ se define el valor del flujo normal al contorno. A la condición de contorno sobre $\partial\Omega_1$ se le denomina esencial o de Dirichlet, mientras que la condición sobre $\partial\Omega_2$ recibe el nombre de natural o de Neumann.

Introduciendo la expresión de la ley constitutiva (2.14.) en (2.21.) y considerando un sistema de referencia en coordenadas cilíndricas (r, z) se tiene:

$$\nabla(D_{cp}\varepsilon(r, z)) - b(r, z)u(r, z) = 0 \quad (2.22.)$$

En dicho sistema de ecuaciones en derivadas parciales la expresión de cada vector en coordenadas cilíndricas será la siguiente:

$$\begin{aligned} \sigma^T &= (\sigma_r, \sigma_z, \tau_{rz}, \sigma_\theta) \\ \varepsilon^T &= (\varepsilon_r, \varepsilon_z, \gamma_{rz}, \varepsilon_\theta) \\ u^T &= (u_r, u_z) \\ b^T &= (b_r, b_z) \end{aligned}$$

donde $\sigma^T = (\sigma_r, \sigma_z, \tau_{rz}, \sigma_\theta)$ son las componentes radial, axial, desviadora y tangencial del vector de tensiones, $\varepsilon^T = (\varepsilon_r, \varepsilon_z, \gamma_{rz}, \varepsilon_\theta)$ son las componentes de la deformación radial, axial, cortante y tangencial respectivamente, $u^T = (u_r, u_z)$ es el vector de desplazamientos con sus componentes radial y axial, y $b^T = (b_r, b_z)$ es el vector de fuerzas másicas o vector de fuerzas distribuidas por unidad de volumen con sus dos componentes. La expresión de la matriz D_{cp} ya se ha citado con anterioridad en (2.15.).

Falta citar la relación existente entre la deformación y la función incógnita (desplazamiento) que se precisa para definir adecuadamente el problema de contorno, es decir,

$$\varepsilon(r, z) = Su(r, z) \quad (2.23.)$$

donde S es un operador matricial dado en coordenadas cilíndricas por la expresión:

$$S^T = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial r} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{1}{r} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial r} & 0 \end{pmatrix}$$

2.4.10 Planteamiento del problema de contorno. Formulación fuerte

Introduciendo la relación (2.23.) en el sistema de ecuaciones en derivadas parciales en equilibrio (2.22.) se obtiene dicho sistema en función del vector desplazamiento u ,

$$S^T((D_{cp}Su(r, z)) - b(r, z)u(r, z)) = 0 \quad (2.24.)$$

que junto con las condiciones de contorno en el dominio Ω definen el problema de contorno. Es decir, el problema de contorno en dos dimensiones se puede plantear en los siguientes términos: encontrar una función $u = u(r, z)$ que satisfaga el sistema de ecuaciones (2.21.) y que verifique las condiciones definidas en el contorno de Ω , de Dirichlet en $\partial\Omega_1$ y de Neumann en $\partial\Omega_2$. Este planteamiento recibe el nombre de formulación fuerte o clásica y a su solución u se le exige que su segunda derivada sea suficientemente suave. Es decir que $u \in C^1$.

2.4.11 Simulación numérica del ensayo presiométrico utilizando el modelo elastoplástico

2.4.11.1 Introducción. A continuación se va a describir como se simula el comportamiento del material durante el ensayo resolviendo numéricamente el problema en ecuaciones derivadas parciales (2.24.). La metodología numérica empleada en este trabajo ha sido el método de elementos finitos.

2.4.11.2 Formulación mediante el método de elementos finitos. El método de elementos finitos es un procedimiento general de resolución de ecuaciones diferenciales bajo condiciones de contorno e iniciales conocidas. Dichas ecuaciones son las que gobiernan el comportamiento o la evolución de un determinado fenómeno en el medio que en cada caso se considere. Se puede decir que el método de elementos finitos es uno de los métodos más extendidos y potentes que se emplean para la resolución numérica de multitud de problemas que aparecen en diferentes áreas de la ingeniería y que están gobernados por ecuaciones diferenciales. La resolución aproximada de problemas físicos mediante el método de elementos finitos conlleva un conjunto de etapas que pueden resumirse en las siguientes:

- Planteamiento de las ecuaciones que gobiernan el comportamiento elastoplástico del sólido Ω .
- Planteamiento del problema de contorno.
- Planteamiento del problema de contorno variacional asociado.
- Aproximación de este último mediante el método de elementos finitos

Las dos primeras etapas se han descrito ya en los apartados 2.4.9 y 2.4.10 respectivamente. El resto se estudian a continuación.

2.4.11.2.1 Problema de contorno variacional. Formulación débil. Principio de los trabajos virtuales. Para establecer la formulación variacional del problema de contorno se considerará en principio un problema elástico ($\sigma = D\epsilon$) y teniendo en cuenta (2.24.) se define el residuo Ψ mediante:

$$\Psi(r, z) = S^T(DSu(r, z)) - b(r, z)u(r, z)$$

Para analizar dicho residuo sobre cualquier subdominio de Ω se multiplica el residuo por una función de prueba o función test v suficientemente regular, el resultado se integra sobre cada subdominio donde el producto Ψv permanece regular y el promedio total ponderado se iguala a cero,

$$\int_{\Omega} (S^T(DSu(r, z)) - b(r, z)u(r, z))v d\Omega = 0$$

donde $d\Omega = 2\pi r dr dz$.

Como se puede apreciar en el primer sumando de la integral están implicados términos con derivada segunda de u . Para que dicho sumando contenga términos como mucho con derivada primera se lleva a cabo una integración por partes bidimensional. El resultado que se obtiene es el siguiente,

$$\int_{\Omega} (Sv)^T(DSu - bu) d\Omega = \int_{\partial\Omega_2} t v ds \quad (2.25.)$$

donde $t(r, z)$ son las fuerzas que actúan por unidad de superficie sobre el contorno $\partial\Omega_2$. De este modo las condiciones de contorno naturales quedan incluidas en la misma definición del problema.

Por tanto el problema de contorno variacional se establece como: buscar una función u , para cualquier función de prueba admisible v , que verifique (2.25.) y que cumpla las condiciones de contorno esenciales sobre $\partial\Omega_1$.

La ecuación (2.25.) será la formulación débil o variacional del problema de contorno en dos dimensiones. La condición que deben cumplir tanto u como v para que ellas y sus primeras derivadas sean suficientemente regulares es que pertenezcan al espacio $H^1(\Omega)$. Es decir, que dichas funciones tengan sus derivadas primeras de cuadrado integrable en el dominio Ω .

Siempre que las funciones de prueba, los datos y la solución del problema variacional sean suficientemente suaves cualquier solución del problema variacional será solución del problema clásico o fuerte. Por el contrario cualquier solución del problema fuerte es siempre solución del problema variacional.

Por otro lado se puede llegar a la formulación variacional del problema de contorno mediante el principio de los trabajos virtuales. Dicho principio establece que un sistema está en equilibrio ante fuerzas exteriores, si al imponer sobre el mismo unos desplazamientos arbitrarios infinitesimales (virtuales, v), compatibles con la sustentación del sistema y a partir de una posición de equilibrio, el trabajo realizado por las fuerzas exteriores es igual al realizado por las fuerzas y tensiones interiores.

2.4.11.2.2 Aproximación mediante el método de elementos finitos. Aproximación de Galerkin. El problema variacional es el punto de partida idóneo para construir soluciones aproximadas mediante el método de elementos finitos. El método de Galerkin consiste en buscar una solución aproximada del problema de contorno variacional, en vez de en el espacio $H^1(\Omega)$ de funciones de prueba admisibles, en un subespacio de éste de dimensión finita $H^h(\Omega_h)$. El dominio Ω_h se obtiene al dividir Ω en un conjunto E de elementos finitos de n nodos cada uno. Cada elemento, que a partir de ahora llamaremos e , estará formado por los correspondientes n nodos y por las rectas que unen dichos nodos y que constituyen el contorno del elemento. En los nodos van a estar definidas las incógnitas de nuestro problema, concretamente en nuestro caso, los desplazamientos u . Ahora bien, interesa además conocer de un modo único cuál va a ser el campo de desplazamientos en cada punto del elemento e en cuestión. Para ello se toman un conjunto de funciones (base del subespacio H^h) que nos definen el desplazamiento en el interior de cada elemento a partir de los desplazamientos nodales del mismo. Estas funciones de desplazamiento o funciones de forma, permiten definir también de un modo único el estado de deformación en cada punto del elemento, que junto con el estado de deformación inicial y las propiedades constitutivas del material permiten definir el estado de tensiones en todo el elemento. Por último, se establece un sistema de fuerzas concentradas en los nodos que equilibra las tensiones en el contorno y las cargas repartidas en cada elemento.

El vector u , que define el desplazamiento en cualquier punto del elemento e del dominio Ω y que constituye en este caso la incógnita del problema, puede ser aproximado mediante un vector u' . Este vector u' define los desplazamientos en cualquier punto del elemento mediante unas funciones de posición o funciones de forma (N_i) a partir de los desplazamientos nodales (a_i). Es decir,

$$u \approx u' = \sum_{i=1}^4 N_i a_i^e = (N_1 N_2 N_3 N_4) \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix}^e \quad (2.26.)$$

suponiendo que el dominio Ω se ha dividido en elementos cuadrangulares de cuatro nodos.

En el caso particular de problemas axisimétricos el vector de desplazamientos u representa los desplazamientos radial ($u_r(r,z)$) y axial ($u_z(r,z)$) de un punto de coordenadas (r,z) cualquiera del elemento. El vector a_i representa los desplazamientos radial y axial del nodo i , y el vector a^e los desplazamientos de los nodos del elemento e , es decir,

$$u = \begin{pmatrix} u_r(r,z) \\ u_z(r,z) \end{pmatrix} ; \quad a_i = \begin{pmatrix} u_{r_i} \\ u_{z_i} \end{pmatrix} ; \quad a^e = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_j \\ a_k \\ a_l \end{pmatrix}$$

A la hora de considerar las funciones de forma han de escogerse de manera que al sustituirlas en la expresión (2.26.) se obtengan los correspondientes desplazamientos nodales para los nodos. En general se considera que $N_i(r_i, z_i) = I$, donde I es la matriz unidad, es decir que la función de forma N_i en el punto (r_i, z_i) vale la unidad mientras que vale cero en el resto de los nodos del elemento, $N_i(r_j, z_j) = N_i(r_k, z_k) = N_i(r_l, z_l) = 0$. Interpolando de la misma manera las dos componentes del desplazamiento se tiene que $N_i = I \cdot N_i$ y entonces el campo continuo de desplazamientos vendrá dado en el elemento e de cuatro nodos por:

$$u^e = \sum_{i=1}^4 N_i^e a_i^e$$

Una vez definidos los desplazamientos para todos los puntos del elemento pueden determinarse las deformaciones en cualquier punto del mismo. Las deformaciones pueden expresarse, según lo visto anteriormente en (2.23.), como el producto de un operador lineal S por el vector desplazamientos u , es decir:

$$\mathcal{E} = Su$$

o bien, como $u^e = N^e a^e$ se tiene la expresión,

$$\varepsilon^e = SN^e a^e = B^e a^e$$

donde $B^e = SN^e$.

En el caso de problemas axisimétricos, las deformaciones vienen dadas en función de los desplazamientos en el punto por la expresión siguiente:

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{rz} \\ \varepsilon_\theta \end{pmatrix} = Su = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial r} \\ \frac{1}{r} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_r \\ u_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_r}{\partial r} \\ \frac{\partial u_z}{\partial z} \\ \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \\ \frac{u_r}{r} \end{pmatrix}$$

considerando la hipótesis de pequeños desplazamientos. Donde $\varepsilon^T = (\varepsilon_r, \varepsilon_z, \gamma_{rz}, \varepsilon_\theta)$ son las componentes de la deformación radial, axial, cortante y circunferencial respectivamente.

La relación tensión-deformación en el caso de comportamiento elástico puede escribirse según se ha visto como,

$$\sigma = D\varepsilon$$

donde el vector de tensiones $\sigma^T = (\sigma_r, \sigma_z, \tau_{rz}, \sigma_\theta)$ está formado por las componentes de la tensión radial, axial, cortante y circunferencial respectivamente, y D es la matriz constitutiva que contiene las propiedades (elásticas) del material.

En lo que respecta a las fuerzas actuantes sobre un elemento e se consideran las siguientes:

- Las fuerzas másicas (b) que son por definición las que actúan por unidad de volumen en las direcciones de los desplazamientos u en dicho punto.
- Las fuerzas (t) que actúan por unidad de superficie sobre el contorno del elemento.

- Las fuerzas externas puntuales (p) sobre los nodos del elemento.
- Las fuerzas nodales equivalentes (q) que son aquellas que actuando sobre los nodos son estáticamente equivalentes a las tensiones en el contorno y las fuerzas másicas que actúan sobre el elemento.

Las fuerzas de interacción entre elementos no se van a considerar puesto que éstas se compensan entre sí (se supone que no hay huecos entre los elementos).

Una vez descritas las características de un elemento finito cualquiera el siguiente paso consiste en establecer un equilibrio entre las fuerzas nodales equivalentes y el resto de fuerzas y tensiones actuantes sobre el elemento. Para ello una posibilidad es recurrir al principio ya enunciado de los trabajos virtuales. Sea δa^e el vector de desplazamiento virtual de los nodos del elemento e . Dicho desplazamiento va a originar unos desplazamientos (δu) y unas deformaciones ($\delta \varepsilon$) en el interior del elemento que vendrán dados por las expresiones siguientes,

$$\delta u = N^e \delta a^e \quad ; \quad \delta \varepsilon = B^e \delta a^e$$

El trabajo externo realizado por las fuerzas nodales equivalentes (q) es igual a la suma de los productos de las componentes de cada una de las fuerzas por sus correspondientes desplazamientos, es decir,

$$\delta a^{eT} q^e$$

El trabajo interno por unidad de volumen efectuado por las tensiones y fuerzas másicas motivado por el desplazamiento virtual δa^e , viene dado por,

$$\delta \varepsilon^T \sigma - \delta u^T b \quad \rightarrow \quad \delta a^{eT} (B^T \sigma - N^T b)$$

Por último, el trabajo externo realizado por las fuerzas (t) que actúan sobre el contorno del elemento está definido por:

$$\delta u^T t \quad \rightarrow \quad \delta a^{eT} (N^T t)$$

y el trabajo externo realizado por las fuerzas puntuales (p) sobre los nodos por la expresión,

$$\delta a^{e^T} p$$

Teniendo en cuenta la contribución de cada una de las fuerzas al trabajo e igualando el trabajo externo al interno sobre el volumen del elemento e se obtiene que,

$$\delta a^{e^T} q^e + \delta a^{e^T} \int_{A^e} N^T t d_{Area} + \delta a^{e^T} p^e = \delta a^{e^T} \left(\int_{V^e} B^T \sigma d_{Vol} - \int_{V^e} N^T b d_{Vol} \right)$$

Como esta expresión, por el principio de los trabajos virtuales, debe verificarse para cualquier desplazamiento virtual arbitrario se puede escribir:

$$\delta a^{e^T} (q^e + \int_{A^e} N^T t d_{Area} + p^e) = \delta a^{e^T} \left(\int_{V^e} B^T \sigma d_{Vol} - \int_{V^e} N^T b d_{Vol} \right)$$

e igualando los multiplicandos resulta,

$$q^e + \int_{A^e} N^T t d_{Area} + p^e = \int_{V^e} B^T \sigma d_{Vol} - \int_{V^e} N^T b d_{Vol} \quad (2.27.)$$

Expresión que teniendo en cuenta que,

$$\int_{V^e} B^T \sigma d_{Vol} = \int_{V^e} B^T D \varepsilon d_{Vol} = \int_{V^e} B^T D B a^e d_{Vol}$$

se puede escribir del siguiente modo:

$$q^e = K^e a^e - f^e \quad (2.28.)$$

donde,

$$f^e = \int_{V^e} N^T b d_{Vol} + \int_{A^e} N^T t d_{Area} + p^e$$

$$K^e = \int_{V^e} B^T D B d_{Vol}$$

A K^e se le denomina matriz de rigidez del elemento e , q^e es el vector de fuerzas nodales equivalentes y f^e el vector de fuerzas actuantes sobre el elemento e .

El principio de los trabajos virtuales aplicado a todo el continuo (Ω) supone que el trabajo total es igual a la suma de las contribuciones de todos los elementos,

$$\sum q^e = \sum K^e a^e - \sum f^e$$

donde las integrales implicadas en cada término podrán resolverse siempre que sus integrandos sean finitos. Es decir, se considera que no se producen discontinuidades entre elementos adyacentes. Si apareciesen esas discontinuidades habría que añadir una contribución igual al trabajo efectuado por las tensiones en las separaciones o solapamientos de los elementos.

Para asegurar que las incógnitas (u, ε) presenten continuidad, o como mucho saltos finitos entre los elementos, es preciso que las funciones de forma sean de clase C^0 . Con ello se asegura la continuidad en los desplazamientos y que las deformaciones, que se obtienen a partir de las derivadas primeras de funciones de forma continuas, presenten en el caso mas desfavorable saltos, que al ser finitos, no impedirán que se pueda llevar a cabo la integración. En el caso de que la deformación estuviese definida por derivadas segundas de las funciones de forma entonces las funciones de forma deberían ser al menos de clase C^1 .

A la hora de realizar los cálculos para determinar las contribuciones de cada elemento e a cada uno de los términos del problema (2.28.) es evidente que dichos cálculos serán diferentes por ser diferentes los elementos en que se ha dividido el dominio Ω . Con el fin de evitar la tediosidad en los cálculos y homogeneizarlos se diseña un elemento tipo, sencillo y se define una transformación invertible entre el elemento tipo y cualquier elemento e , de tal modo que todos los cálculos se lleven a cabo sobre dicho elemento tipo que se define en un sistema (ξ, η) de coordenadas locales (Figura 2.15).

Para definir las funciones de forma se emplean las coordenadas locales (ξ, η) , normalizadas. Dichas coordenadas se eligen en el elemento rectangular tipo, de manera que tomen los valores ± 1 en los lados del rectángulo. Es decir,

$$\xi = (x - x_c)/a, \quad d\xi = dx/a$$

$$\eta = (y - y_c)/b, \quad d\eta = dy/b$$

donde a y b son magnitudes que representan la mitad de la longitud de los lados del elemento e , de lados paralelos a los ejes (ξ, η) , y (x_c, y_c) las coordenadas del origen del sistema de coordenadas local (Figura 2.15).

Las funciones de forma para el tipo de elemento considerado responden a la expresión,

$$N_i(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi \xi_i)(1 + \eta \eta_i)$$

donde los valores de las coordenadas locales para cada uno de los nodos son los expresados en la Figura 2.15:

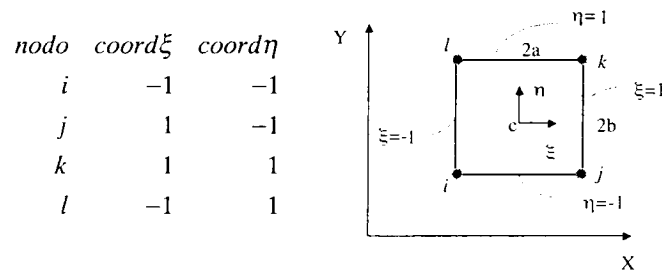


Figura 2.15. Elemento tipo. Coordenadas nodales del elemento e .

Conocidas las funciones de forma en coordenadas locales es preciso definir una transformación que permita encontrar las derivadas globales de las funciones de forma, ya que son necesarias para determinar las funciones B^e de cada elemento.

En el caso de un elemento de cuatro nodos (i, j, k, l) rectangular se tiene, para un problema axisimétrico,

$$B^e = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} & 0 & \frac{\partial N_j}{\partial r} & 0 & \frac{\partial N_k}{\partial r} & 0 & \frac{\partial N_l}{\partial r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_j}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_k}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_l}{\partial z} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial r} & \frac{\partial N_j}{\partial z} & \frac{\partial N_j}{\partial r} & \frac{\partial N_k}{\partial z} & \frac{\partial N_k}{\partial r} & \frac{\partial N_l}{\partial z} & \frac{\partial N_l}{\partial r} \\ \frac{N_i}{r} & 0 & \frac{N_j}{r} & 0 & \frac{N_k}{r} & 0 & \frac{N_l}{r} & 0 \end{pmatrix}$$

Mediante las reglas de derivación en cadena se pueden obtener para el nodo i del elemento e las derivadas de las funciones de forma respecto a (ξ, η) ,

$$\frac{\partial N_i}{\partial \xi} = \frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \xi}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial \eta} = \frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial \eta} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \eta}$$

o bien

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial r}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial r}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{pmatrix} = J \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{pmatrix}$$

donde la matriz J es la matriz jacobiana —función de las coordenadas locales— de la transformación.

Por tanto las derivadas de las funciones de forma respecto de las coordenadas globales, que son las que interesan, se obtienen mediante:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial r} & \frac{\partial \eta}{\partial r} \\ \frac{\partial \xi}{\partial z} & \frac{\partial \eta}{\partial z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{pmatrix} = \frac{1}{\det J} \begin{pmatrix} \frac{\partial z}{\partial \eta} & -\frac{\partial z}{\partial \xi} \\ -\frac{\partial r}{\partial \eta} & \frac{\partial r}{\partial \xi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{pmatrix} = J^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{pmatrix}$$

donde $\det J$ es el determinante de la matriz jacobiana necesario para calcular su inversa J^{-1} .

Como ya se ha visto anteriormente (2.26.) el desplazamiento u de un punto cualquiera del elemento cuadrangular e se puede expresar según,

$$u = \sum_{i=1}^4 N_i^e a_i^e$$

Este desplazamiento tiene dos componentes que son,

$$\begin{pmatrix} u_r \\ u_z \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^4 \begin{pmatrix} N_i^e & 0 \\ 0 & N_i^e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{r_i}^e \\ u_{z_i}^e \end{pmatrix}$$

o bien,

$$\begin{pmatrix} r \\ z \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^4 \begin{pmatrix} N_i^e & 0 \\ 0 & N_i^e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_i^e \\ z_i^e \end{pmatrix}$$

Por lo tanto, la matriz jacobiana en un punto (r,z) cualquiera de e será,

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial r}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial r}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i^e}{\partial \xi} r_i^e & \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i^e}{\partial \xi} z_i^e \\ \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i^e}{\partial \eta} r_i^e & \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i^e}{\partial \eta} z_i^e \end{pmatrix}$$

Al aplicar esta misma transformación al volumen elemental de integración d_{vol} , éste pasará de expresarse en coordenadas globales como $d_{vol} = 2\pi r^e dr dz$ a expresarse en coordenadas locales como $d_{vol} = 2\pi r^e \det J d\xi d\eta$.

En consecuencia, teniendo en cuenta el cambio de sistema de coordenadas, la expresión de la matriz de rigidez del elemento e vendrá dada por,

$$K^e = K_{ij}^e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (B_i^e)^T D^e B_j^e 2\pi r^e \det J d\xi d\eta$$

donde los índices i,j varían desde 1 al número n de nodos del elemento, cuatro en el elemento tipo con el que estamos trabajando.

Si se llama T_{ij}^e al integrando $T_{ij}^e = (B_i^e)^T D^e B_j^e 2\pi r^e \det J$ entonces,

$$K^e = K_{ij}^e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 T_{ij}^e d\xi d\eta$$

Realizando la misma transformación con el otro término de la expresión (2.28.) en el que aparecen integrales de volumen, véase la contribución de las fuerzas másicas, se obtiene:

$$f_{b_i} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (N_i^e)^T b^e 2\pi r^e \det J d\xi d\eta$$

o bien, llamando $g_i^e = (N_i^e)^T b^e 2\pi r^e \det J$,

$$f_{b_i} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 g_i^e d\xi d\eta$$

El siguiente paso consiste en calcular las integrales. Dicha integración se lleva a cabo en coordenadas locales y se resuelve numéricamente calculando la integral en una serie de puntos de coordenadas (ξ, η) conocidas llamados puntos de integración de Gauss. Si se considera como hasta ahora un elemento lineal de cuatro lados con $n \times n$ ($n=2$) puntos de integración en su interior se tendrá:

$$K_{ij}^e = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n T(\xi_p, \eta_q)_{ij}^e W_p W_q$$

$$f_{b_i}^e = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n g(\xi_p, \eta_q)_{ij}^e W_p W_q$$

donde W_p y W_q son las funciones de peso de la integración y (ξ_p, η_q) las posiciones de los puntos de Gauss dentro del elemento tipo.

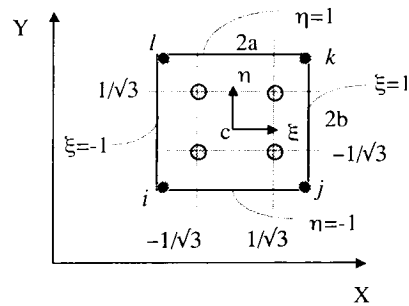


Figura 2.16. Coordenadas puntos de Gauss del elemento tipo.

En la Figura 2.16. se muestra la situación dentro del elemento e de los cuatro puntos de integración de Gauss de una regla de integración numérica 2×2 . Los análisis que se presentan en el próximo capítulo se han llevado a cabo tanto con elementos de cuatro nodos y orden de integración 2×2 , como con elementos de ocho nodos y orden de integración 3×3 .

Una vez que se tiene la información correspondiente de cada elemento por separado se pasa a ensamblar toda la información. La información de la matriz de rigidez de todo el dominio Ω , correspondiente a un nodo común a varios elementos, se obtiene sumando las contribuciones de cada elemento a ese nodo. El vector de fuerzas globales f que actúa sobre cada nodo se obtiene de igual forma, sumando las contribuciones de cada elemento a ese nodo. El sistema de ecuaciones se completaría teniendo en cuenta las condiciones de contorno y las condiciones iniciales. Dicho sistema tiene tantas ecuaciones como nodos (N) tiene el recinto Ω , la matriz de rigidez es una matriz cuadrada ($N \times N$) y simplificada se puede expresar como:

$$\sum K^e u = \sum f^e$$

de donde,

$$Ku = f \quad (2.29.)$$

En el caso de que el material se comporte según una ley constitutiva elastoplástica, como sucede en el presente trabajo, la expresión de la matriz de rigidez para un elemento e será de la forma:

$$K^e = \int_{V^e} B^T D_{ep} \epsilon d_{Vol}$$

donde D_{ep} incluye la ley de comportamiento elastoplástico del material en cuestión. D_{ep} viene dada por (2.15.). A partir de la información correspondiente a cada uno de los elementos del dominio Ω y siguiendo los pasos descritos para el caso lineal, se forma el sistema de ecuaciones, que en este caso será no lineal,

$$K(u)u = f \quad (2.30.)$$

En el siguiente apartado se describe brevemente cómo se resuelve este último sistema.

2.4.11.2.3 Resolución del sistema de ecuaciones no lineal. El sistema formado por la matriz de rigidez global, el vector de desplazamientos y el vector de carga global es un sistema no lineal de ecuaciones, es decir los coeficientes de la matriz de rigidez dependen de las variables u . En estos casos la resolución directa del sistema no es posible y por ello se resuelve mediante un esquema iterativo. Estos esquemas necesitan partir de un vector inicial de parámetros que de lugar a un desplazamiento inicial u^0 . Entre los métodos iterativos más frecuentes de resolución de sistemas de ecuaciones no lineales están el de Newton-Raphson y el de Newton-Raphson modificado, el método de aproximaciones sucesivas y los métodos de Cuasi-Newton [Fletcher, 1981]. A continuación se hace una breve mención de los dos primeros.

El sistema de ecuaciones planteado que se tiene que resolver viene dado por (2.30.). Dicho sistema tendrá que resolverse de modo iterativo. Para ello es preciso definir el residuo en cada iteración. Se denomina residuo de la iteración i -ésima a la diferencia entre la fuerza aplicada en la iteración i y las fuerzas nodales equivalentes calculadas en dicha iteración, es decir,

$$R^i = K^i u^i - f$$

El método de Newton-Raphson a partir del cálculo del residuo, de la matriz de rigidez y del desplazamiento u en la iteración i , calcula los desplazamientos u en la iteración $i+1$ mediante la expresión,

$$u^{i+1} = u^i - [K^i]^{-1} R^i$$

Con el fin de no tener que invertir en cada iteración la matriz de rigidez, el método de Newton-Raphson puede escribirse también en forma incremental:

$$\begin{aligned} K^i y^i &= -R^i \\ u^{i+1} &= u^i + y^i \end{aligned} \quad (2.31.)$$

De esta forma el sistema no lineal (2.30.) se reduce a la resolución en cada iteración del sistema lineal (2.31.) que permitirá obtener el vector intermedio y^i . Con este vector y con el desplazamiento en la iteración i se obtiene el desplazamiento u^{i+1} .

Las variantes del método de Newton-Raphson reducen el número de operaciones por iteración a cambio de una pérdida en la velocidad de convergencia. En particular el método de Newton-Raphson modificado consiste en emplear en todas las iteraciones la matriz de rigidez inicial (K^0), aquella que se obtiene con el vector de parámetros inicial. De esta forma la matriz de rigidez no es preciso factorizarla mas que una vez. El método de Newton-Raphson modificado puede escribirse como,

$$u^{i+1} = u^i - [K^0]^{-1} R^i$$

o bien en forma incremental,

$$\begin{aligned} K^0 y^i &= -R^i \\ u^{i+1} &= u^i + y^i \end{aligned} \quad (2.32.)$$

Una forma de no reducir tanto el orden de convergencia (de un orden cuadrático se pasaría a uno lineal) es evaluar y factorizar la matriz de rigidez cada cierto número de iteraciones.

Los sistemas lineales (2.31.) y (2.32.) se resuelven por el método de eliminación directa de Gauss. Este método permite transformar un sistema de N ecuacio-

nes en un sistema triangular equivalente tras $N-1$ transformaciones. Este nuevo sistema se resuelve de forma inmediata mediante un proceso de remonte. Se podrían haber aplicado métodos más eficaces computacionalmente para resolver estos sistemas pero no ha resultado necesario para el desarrollo de esta tesis ya que los mallados utilizados son pequeños.

En el programa con el que se ha trabajado en esta tesis [Owen y Hinton, 1986] la evaluación de las fuerzas nodales equivalentes al campo de tensiones que satisfacen las ecuaciones elastoplásticas se realiza en la subrutina RESIDU a la que se hace referencia en el Anexo II. En dicha subrutina también se indica como la solución del sistema de ecuaciones da lugar a un vector incremento de desplazamiento que a su vez permite calcular en cada punto de integración el incremento de deformación y el correspondiente incremento de tensión. Esto permite conocer si se ha producido o no fluencia en algún punto de integración y obrar en consecuencia.

Al comparar las fuerzas nodales equivalentes con las fuerzas aplicadas se obtienen las fuerzas residuales y los residuos, que son necesarios para poder analizar la convergencia del proceso iterativo no lineal. El criterio de convergencia empleado es el siguiente:

$$\frac{\sqrt{\sum_{j=1}^N (R_j^i)^2}}{\sqrt{\sum_{j=1}^N (f_j)^2}} \times 100 \leq Toler$$

donde N es el número total de nodos del dominio Ω , i es la iteración, f_j es la fuerza aplicada al nodo j , R_j^i es el residuo de la iteración i correspondiente al nodo j , y $Toler$ es la tolerancia pedida. Es decir, se produce la convergencia cuando la norma de las fuerzas residuales multiplicada por cien es menor que $Toler$ veces la norma del total de fuerzas aplicadas.

En la Figura 2.17. se representa el organigrama del código de elementos finitos empleado para la resolución de problemas elastoplásticos bidimensionales. En el se incluye la subrutina STIFFP que evalúa la matriz de rigidez tanto para

materiales elásticos como elastoplásticos y que en el Anexo II se presenta en forma de organigrama.

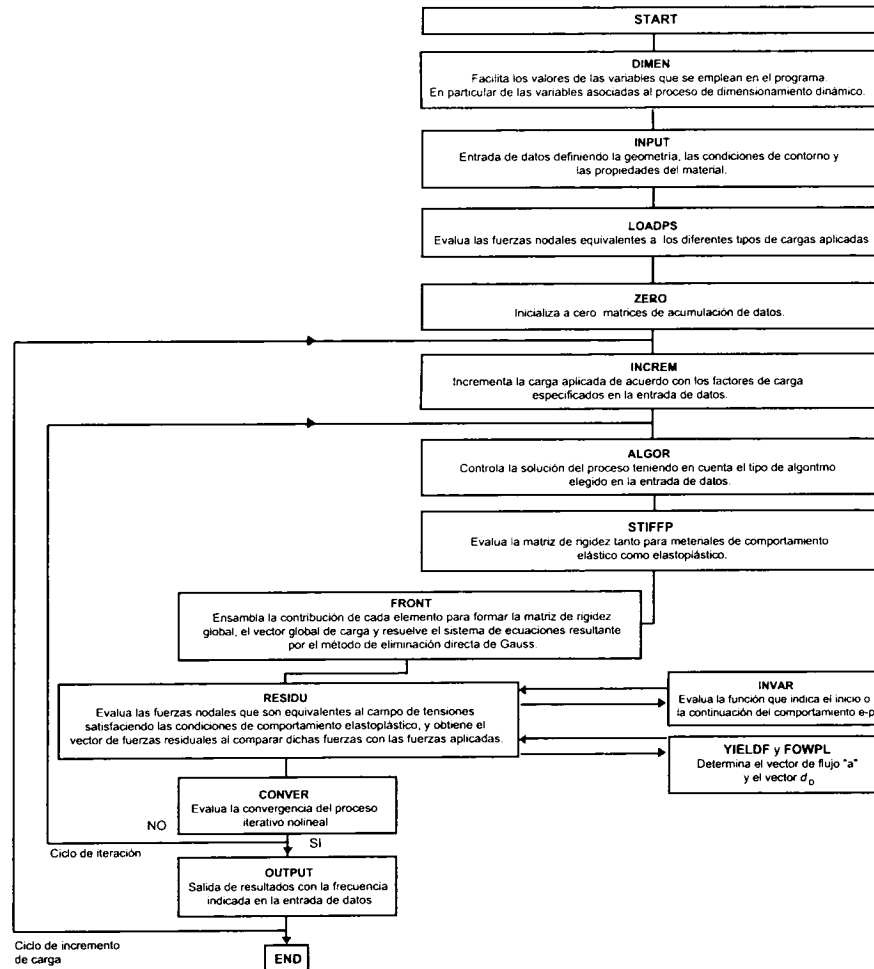


Figura 2.17. Algoritmo del código de elementos finitos aplicado.

3. Técnicas numéricas de optimización para la identificación de parámetros geotécnicos

3.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se presenta una metodología de problema inverso para estimar parámetros de modelos de comportamiento geotécnicos no lineales a partir de datos experimentales. Un método de identificación de parámetros se basa fundamentalmente en la combinación de tres elementos:

- Información suministrada por ensayos experimentales. En esta tesis se hace referencia a la información disponible proveniente de los ensayos presiométricos drenados en celda de calibración [Belloti *et al*, 1987].
- Modelo de comportamiento del material, ley constitutiva, ecuación analítica de comportamiento... que permita simular el ensayo y obtener información del mismo. Los modelos constitutivos empleados en este trabajo son dos: la ley hiperbólica de Ferreira y la ley elastoplástica de Drucker-Prager.
- Técnica que permita obtener los parámetros que caracterizan el comportamiento del material mediante la comparación de la respuesta experimental con las respuestas del modelo considerado. Las técnicas que permiten obtener dichos parámetros se denominan técnicas de problema inverso, técnicas de estimación paramétrica o técnicas de identificación de parámetros de sistemas distribuidos.

La denominación de problema inverso surge en contraposición a la de problema directo. Este último consiste en determinar las presiones, desplazamientos... de un sistema concreto a partir del conocimiento previo de los parámetros de

una ley de comportamiento del material y de las acciones que actúan sobre el sistema. Por el contrario la solución del problema inverso consiste en estimar los parámetros de comportamiento del material y/o las acciones que se ejercen sobre el sistema a partir de un conjunto de medidas de desplazamientos, presiones... realizadas en el sistema y que son consecuencia del tipo de material y de las acciones que se han impuesto al sistema.

3.2 ESTIMACIÓN PARAMÉTRICA

La estimación paramétrica, dentro de un método de identificación de parámetros, se refiere a un proceso iterativo de comparación entre los datos experimentales —variables medidas— y las respuestas numéricas —variables calculadas— con el fin determinar sucesivamente nuevos parámetros del modelo. El proceso finaliza cuando se llega a aquellos valores de los parámetros que hacen mínima la diferencia entre las variables medidas y las calculadas.

3.2.1 Definición de problema

Los datos observados, es decir los datos procedentes del experimento en cuestión se agrupan en vectores columna y_k , con $k=1, 2, \dots, N$. Para ordenar adecuadamente los datos experimentales el subíndice k puede considerarse como un parámetro de discretización temporal. Cada vector columna $y_k=(y_1, y_2, \dots, y_m)^T$ contendrá los desplazamientos, presiones, presiones de poro... que se han medido en ese “instante” k . En general no es demasiado importante el significado físico preciso de las magnitudes observadas sino únicamente el hecho de que en el experimento ha habido una serie de magnitudes que se han podido medir en diferentes instantes (k).

El comportamiento cuantitativo del material se representa por un conjunto de parámetros desconocidos que van a ser las incógnitas x_i , $i=1, 2, \dots, n$. Estos parámetros característicos definen a su vez un vector columna $x=(x_1, x_2, \dots, x_n)^T$.

Mediante algún algoritmo conocido —solución analítica o aproximada— se puede calcular una estimación de las magnitudes medidas y_k a partir de unos parámetros x conocidos. Este algoritmo se simboliza mediante la función $h_k(x)$. Esta función describe la dependencia del dato k -ésimo (y_k) con los pará-

metros x en el supuesto de que no hubiera errores medida. Si los hay, estos errores formarán un vector columna v_k . Por tanto,

$$y_k = h_k(x) + v_k$$

donde:

$x=(x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ es el vector columna de incógnitas, parámetros del material.

$y_k=(y_1, y_2, \dots, y_m)^T$ es el vector de magnitudes medidas en el instante k .

$v_k=(v_1, v_2, \dots, v_m)^T$ es un vector columna con los errores de medida en la observación k .

$h_k(x)$ es un algoritmo que permite obtener y_k a partir de x .

El vector columna x , o vector de parámetros, contiene en nuestro caso, los parámetros de la ley analítica de comportamiento —pendiente de la tangente inicial a la curva de la relación hiperbólica, ratio de la relación hiperbólica durante la fase de carga... en el modelo de Ferreira— o los parámetros de la ley de comportamiento elastoplástica —módulo de Young, el módulo de Poisson, .. en el modelo de Drucker-Prager—.

Cada columna de datos y_k puede tener una dependencia funcional de los parámetros x diferente, que se señala con el subíndice k de la función h . Es decir, si los datos disponibles procediesen de experimentos distintos —no es este el caso que nos ocupa— se tendrían que emplear diferentes modelos de material, que vendrían dados por el subíndice correspondiente k .

Cuando la dependencia del modelo sea lineal con los parámetros x se podrá expresar el modelo matemático anterior del siguiente modo,

$$y_k = H_k x + v_k$$

donde H_k es una matriz conocida —matriz de transición—.

En un método de estimación de parámetros la problemática es doble. El primer problema reside en que para determinar el vector x de los parámetros se emplean magnitudes experimentales, magnitudes medidas que no tienen por qué ser exactas. Por tanto el estimador que se emplee deberá ser un estimador definido a partir del modelo matemático y de un modelo de incertidumbre

para los errores de medida v_k , que tenga además en cuenta la información a priori disponible de dichos parámetros x .

El otro problema es determinar lo cerca que se encuentran los parámetros estimados x_e de los parámetros verdaderos x_v . Al ser normalmente desconocido el error numérico entre los parámetros verdaderos y los estimados ($x_v - x_e$) el problema es desarrollar un modelo de incertidumbre para dicho error.

A continuación, y antes de seguir adelante, se va a hacer referencia a la teoría general de mínimos cuadrados. Históricamente fue el primer paso en la estimación de parámetros, si bien en él no se emplean modelos explícitos para la información a priori —parámetros iniciales—, ni para el modelo de incertidumbre de v_k . Además la estimación de parámetros por el método de máxima verosimilitud, que va a ser la metodología que se va a seguir en esta tesis, encuentra en el método de mínimos cuadrados una referencia importante.

3.2.2 Estimación por el método de mínimos cuadrados. Método general.

Si se parte del problema ya formulado, $y_k = h_k(x) + v_k$, y se considera una única observación y_k , el procedimiento general de mínimos cuadrados para la obtención de una estimación del vector de parámetros (x_e) parte de la expresión siguiente:

$$S_k = (y_k - h_k(x))^T W_k (y_k - h_k(x))$$

donde W_k es una matriz de pesos simétrica definida positiva.

Por definición, el método de mínimos cuadrados general es un procedimiento mediante el cual el valor estimado de los parámetros x_e se obtiene al minimizar la función S_k respecto de los parámetros x . El método se denomina general porque W_k puede no ser diagonal, es decir se pueden asignar distintos grados de fiabilidad a cada uno de los valores medidos. En el método clásico de mínimos cuadrados W_k es diagonal, considerándose normalmente todos los valores medidos igualmente fiables.

Para la minimización de S_k en el caso del problema no lineal que se está estudiando en esta tesis la literatura proporciona diferentes métodos (métodos de Newton, métodos del gradiente —Fletcher—, ..., Marquardt, Simplex, Complex, Recocido Simulado, Algoritmos Genéticos).

En lo que respecta al caso lineal se tendrá la expresión siguiente:

$$S_k = (y_k - H_k x)^T W_k (y_k - H_k x) \quad (3.1.)$$

donde el estimador de mínimos cuadrados x_{ek} será una función lineal de y_k . La función S_k se denomina también función objetivo y como puede apreciarse en (3.1.) está formada por una suma de términos al cuadrado denominados residuos r , es decir, $r = y_k - H_k x$.

Desarrollando la expresión anterior se obtiene,

$$S_k = y_k^T W_k y_k - 2y_k^T W_k H_k x + x^T H_k^T W_k H_k x$$

Para minimizar S_k se deriva respecto a x y se iguala a cero,

$$\frac{\partial S_k}{\partial x} = -(2y_k^T W_k H_k)^T + 2H_k^T W_k H_k x = 0$$

La solución de esta ecuación permite obtener los parámetros estimados x_{ek} ,

$$x_{ek} = (H_k^T W_k H_k)^{-1} H_k^T W_k y_k$$

que es realmente un mínimo ya que verifican la condición suficiente de mínimo estricto,

$$\frac{\partial^2 S_k}{\partial x^2} = 2H_k^T W_k H_k > 0$$

siempre que W_k sea definida positiva y que el rango de H_k sea máximo.

Llamando P_k a:

$$P_k = (H_k^T W_k H_k)^{-1}$$

se tiene la expresión,

$$x_{ek} = P_k H_k^T W_k y_k$$

donde P_k existe si W_k es definida positiva y H_k es de rango n , dimensión del vector de parámetros x .

En función de la dimensión n del vector de parámetros (x) y de la dimensión m del vector de observaciones (y_k) se pueden distinguir los siguientes casos:

- Que $m < n$ en cuyo caso el número de ecuaciones es menor que el número de incógnitas. Se tendrá un sistema de ecuaciones indeterminado, no se llegará a una solución única y los valores de los parámetros obtenidos no serán únicos.
- Si $m = n$ el número de ecuaciones coincidirá con el número de incógnitas y el valor del vector de parámetros x puede ser calculado exactamente mediante la relación,

$$x_{ek} = H_k^{-1} y_k = x_v + H_k^{-1} v_k$$

Claramente en este caso los errores de observación o de medida influyen en gran medida sobre x_{ek} .

- Cuando $m > n$ el número de ecuaciones es mayor que el número de incógnitas. El sistema será sobredeterminado disminuyendo el efecto de v_k sobre los parámetros estimados,

$$x_{ek} = x_v + P_k H_k^T W_k v_k$$

Este último es el caso de mayor interés en el método general de estimación por mínimos cuadrados.

3.3 ESTIMACIÓN POR EL MÉTODO DE MÁXIMA VEROSIMILITUD

3.3.1 Introducción

En este apartado se describe una metodología que define una función objetivo que permite, al minimizar su valor, estimar los parámetros de comportamiento más realistas del modelo de comportamiento que se esté utilizando.

El método de máxima verosimilitud considera los parámetros del modelo (x) como variables determinísticas, es decir trata los parámetros como valores fijos pero desconocidos, indeterminados [Beck y Arnold, 1977]. Sin embargo, este método emplea técnicas probabilísticas para determinarlos. Por tanto el tratamiento estadístico resulta de la incertidumbre respecto al valor de los parámetros y no de su aleatoriedad intrínseca.

La verosimilitud de una hipótesis (valores fijos para los parámetros) se define como una magnitud proporcional a la probabilidad de observar las medidas obtenidas en el ensayo, dados los parámetros [Edwards, 1972]. En pocas palabras se puede decir que el método de máxima verosimilitud consiste en maximizar la verosimilitud de una cierta hipótesis —conjunto de parámetros— a la vista de las observaciones medidas. Por tanto el método de máxima verosimilitud es un modo concreto de afrontar el problema inverso, la estimación de los parámetros del modelo de comportamiento a partir de las respuestas del sistema y de la información previa ponderada adecuadamente.

3.3.2 Definición de la función objetivo

Como se acaba de citar en la introducción de este apartado, el método de máxima verosimilitud consiste en maximizar la verosimilitud (L) de los parámetros (x) dado un grupo de medidas (y), es decir:

$$L(x) = k f(y/x) = kP(y)$$

(3.2.)

donde k es una constante de proporcionalidad arbitraria, $f(y/x)$ es la densidad de probabilidad de los datos medidos y dados los parámetros x , y $P(y)$ la distribución de probabilidad de las medidas.

Esta formulación de la función objetivo tiene las siguientes ventajas [Carrera 1987]:

- Elimina la necesidad de definir la probabilidad de una cierta hipótesis.
- No requiere que el modelo sea capaz de reproducir el sistema real exactamente [Baran y Sandell 1978].
- Permite el uso de información previa sobre los parámetros lo que supone una mejor definición del problema.

Además el estimador de máxima verosimilitud presenta propiedades importantes tales como la invarianza frente a parametrizaciones, consistencia, y tiene asintóticamente —para muestras grandes— una distribución normal, es insesgado y estadísticamente eficiente.

Existen diferentes funciones de densidad de probabilidad [Duijndam, 1987]. Si se considera que la distribución de probabilidad de las medidas y es de tipo multinormal, se tendrá:

$$P(y) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^m |C_y|}} \exp\left[-\frac{1}{2}(y - y^*)^T (C_y)^{-1} (y - y^*)\right]$$

y con ello, a partir de (3.2.), se puede escribir:

$$L(x) = k \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^m |C_y|}} \exp\left[-\frac{1}{2}(y - y^*)^T (C_y)^{-1} (y - y^*)\right] \quad (3.3.)$$

donde el residuo $(y - y^*)$ es el vector de diferencias entre las variables calculadas con el modelo y y las variables medidas y^* , m es el número de medidas y C_y

es la matriz de covarianzas de los errores de las medidas. Cuando estos errores son independientes entre sí, la matriz de covarianzas C_y es diagonal.

Normalmente lo que se hace es, en vez de maximizar la función de verosimilitud $L(x)$ se minimiza la función soporte $S(x)$. Ambas acciones son equivalentes, ya que,

$$S(x) = -2 \ln L(x)$$

Desarrollando esta última expresión, a partir de (3.3.) se tiene:

$$S(x) = (y - y^*)^T (C_y)^{-1} (y - y^*) + \ln |C_y| + m \ln(2\pi) - 2 \ln k \quad (3.4.)$$

donde los dos últimos sumandos son fijos y no influyen por tanto en el proceso de identificación. Si además la estructura del error de las medidas (C_y) se considera fija entonces la función que habrá que minimizar vendrá dada únicamente por el primer término de la expresión anterior, es decir:

$$S(x) = (y - y^*)^T (C_y)^{-1} (y - y^*) \quad (3.5.)$$

En este caso puede apreciarse como el método generalizado de mínimos cuadrados se obtiene como un caso particular del método de máxima verosimilitud cuando se suponen distribuciones normales para los errores de las medidas. La expresión (3.5.) es equivalente a la expresión (3.1.), donde la matriz W_k viene representada ahora por C_y^{-1} .

Si se supone además que los errores de medida (C_y) son independientes entre sí, se puede escribir la matriz de covarianzas del siguiente modo,

$$(C_y) = s_y^2 I$$

donde s_y es la desviación típica e I la matriz identidad.

De tal modo que (3.4.), despreciando los dos últimos términos fijos, resulta ser:

$$S(x) = s_y^{-2}(y - y^*)^T (y - y^*) + Ln s_y^2$$

Como a priori es muy difícil conocer el valor de las varianzas de las medidas (s_y^2) y con el fin de realizar el proceso de identificación sin necesidad de añadir hipótesis sobre su valor, normalmente se toman las varianzas como variables a identificar dentro del proceso de identificación [Carrera, 1986].

3.3.2.1 Inclusión de la información previa sobre los parámetros en la función objetivo. En muchas ocasiones se dispone de información previa sobre los parámetros del modelo de comportamiento que es útil tener en cuenta. Además dicha información puede ser de diferente calidad, es decir, muy fiable para ciertos parámetros y poco fiable para el resto. Indudablemente la incorporación de dicha información y de su calidad a la formulación de la función objetivo del problema inverso contribuye a definir mejor el problema y por tanto, a que sea más realista el resultado del proceso de identificación.

La formulación probabilista del método de máxima verosimilitud que se acaba de desarrollar en el apartado anterior, permite incorporar fácilmente dicha información previa sobre los parámetros. Para ello, igual que antes, se supone que la información previa tiene una distribución de probabilidad $P(x)$ multivariante de Gauss, es decir,

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n |C_x^o|}} \exp\left[-\frac{1}{2}(x - x^*)^T (C_x^o)^{-1}(x - x^*)\right]$$

donde n es el número de parámetros del modelo, x es el vector de parámetros calculados, x^* la información previa de los mismos y C_x^o la matriz de covarianzas de los parámetros a priori. Esta matriz representa la fiabilidad que se otorga a la información previa dependiendo de su calidad, y la interrelación entre los parámetros debida a la forma de determinarlos. Cuando no exista correlación entre la información previa de los diferentes parámetros la matriz de covarianzas de los parámetros C_x^o será diagonal.

Aquí también la componente probabilista de la información previa esta definida únicamente por el hecho de que los procedimientos de determinación de los parámetros están sujetos a error.

A la hora de definir la verosimilitud teniendo en cuenta la información previa sobre los parámetros resulta que la verosimilitud de una hipótesis o juego de parámetros, es proporcional a la probabilidad conjunta $P(y, x)$ de medidas (y) y parámetros (x), es decir,

$$L(x) = kP(y, x)$$

Suponiendo que no hay relación entre la información previa y las medidas realizadas se puede definir la verosimilitud de una hipótesis como una función proporcional al producto de la distribución de probabilidad de las medidas $P(y)$ por la distribución de probabilidad de los parámetros $P(x)$, es decir,

$$L(x) = kP(y)P(x)$$

donde k es una constante de proporcionalidad arbitraria.

Por tanto se tratará de maximizar la verosimilitud $L(x)$ de una cierta hipótesis x ,

$$L(x) = k \frac{\exp\left[-\frac{1}{2}(y - y^*)^T (C_y)^{-1}(y - y^*)\right]}{\sqrt{(2\pi)^m |C_y|}} \frac{\exp\left[-\frac{1}{2}(x - x^*)^T (C_x^o)^{-1}(x - x^*)\right]}{\sqrt{(2\pi)^n |C_x^o|}}$$

o bien de minimizar la función soporte $S(x)$,

$$S(x) = -2Ln L(x)$$

que si se desarrolla adquiere la siguiente expresión:

$$S(x) = (y - y^*)^T (C_y)^{-1}(y - y^*) + (y - x^*)^T (C_x^o)^{-1}(y - x^*) + \\ + Ln|C_y| + Ln|C_x^o| + mLn(2\pi) + nLn(2\pi) - 2Ln k$$

Cuando se consideren fijas las estructuras de los errores de las medidas y de los parámetros, al ser fijos también los últimos tres sumandos de (3.6.), la expresión anterior se reduce a la forma siguiente,

$$S(x) = (y - y^*)^T (C_y)^{-1} (y - y^*) + (y - x^*)^T (C_x^0)^{-1} (y - x^*)$$

Finalmente, si los errores de medida son independientes entre sí y lo mismo sucede con los errores de los parámetros, las matrices de covarianzas C_y y C_x^0 serán diagonales y se podrá obtener la expresión de $S(x)$ en función de las desviaciones típicas de las medidas y de los parámetros.

3.4 MINIMIZACIÓN DE LA FUNCIÓN OBJETIVO

3.4.1 Introducción

La minimización automática de la función objetivo, definida ya en el apartado anterior, puede llevarse a cabo por diferentes métodos. Básicamente hay dos grupos de métodos de búsqueda del mínimo: métodos de búsqueda indirecta y directa [Fletcher, 1981]. El primero incluye los de cuasi-Newton —se caracterizan porque requieren sólo el cálculo del gradiente de la función objetivo— y la familia de los métodos de Newton —requieren calcular la matriz jacobiana o matriz de sensibilidad que está formada por las derivadas de cada uno de los residuos con respecto a cada uno de los parámetros del modelo—. En breves palabras se puede decir que los métodos de cuasi-Newton requieren menos tiempo por iteración que los de Newton, mientras que éstos suelen converger en muchas menos iteraciones que los primeros. Siempre que el número de parámetros no sea excesivamente alto los métodos de Newton son más eficientes que los métodos del gradiente. Los métodos del segundo grupo emplean únicamente los valores de la función objetivo en diferentes puntos y no requieren el cálculo ni de la matriz de sensibilidad ni del vector gradiente. Además se puede decir que en general, convergen más lentamente que métodos de búsqueda indirecta aunque el coste por iteración resulta mucho más barato.

En el presente capítulo se estudian diferentes métodos de minimización de la función objetivo prestando especial atención a los métodos de búsqueda di-

recta. En particular, dentro de este grupo de métodos, se estudian el método Simplex, el Complex, el Recocido Simulado y el método de los Algoritmos Genéticos. En lo que respecta a los métodos de búsqueda indirecta el estudio se ha centrado en el método de Marquardt.

3.4.2 Métodos de búsqueda directa

3.4.2.1 Introducción. Un método de búsqueda directa es aquel que utiliza sólo valores de la función objetivo en distintos puntos para localizar el mínimo de la función. Hay varios métodos clásicos de este tipo, entre los que destacan: el de Hooke y Jeeves [1961], el método del Simplex [Nelder y Mead, 1965] y el método del Complex [Box 1965].

El método básico de búsqueda para determinar el mínimo de una función unimodal de dos variables $f(x_1, x_2)$, cuyas líneas equipotenciales se muestran en la Figura (3.1.) y cuyo mínimo se encuentra situado en el punto (x_1^*, x_2^*) , es el de búsqueda directa de variables alternadas.

Si se inicia la búsqueda en el punto A según la dirección x_1 se encontraría el punto B, punto en el que la tangente a la línea de nivel de la función f es paralela al eje x_1 . Desde B se continuaría la búsqueda en la dirección x_2 hasta llegar a C, y de C hasta D de la misma forma que se había procedido en AB. Procediendo de este modo cada vez uno se aproximará más al mínimo (x_1^*, x_2^*) .

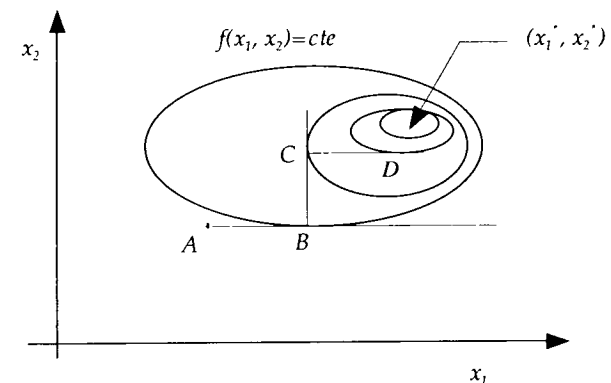


Figura 3.1. Método básico de búsqueda directa.

El procedimiento descrito para dos variables o parámetros se puede extender a n parámetros. Este método de búsqueda resulta en general de convergencia bastante lenta. Por ello se han desarrollado otros métodos directos. Por ejemplo, las aproximaciones por diferencias finitas de los gradientes o los Hessianos, las aproximaciones cuadráticas de la funcional o incluso el método de las direcciones conjugadas de Powell [1964]. Otros métodos son de un tipo radicalmente diferente como los métodos de búsqueda aleatoria o los métodos de algoritmos genéticos [Michalewicz, 1996]. También están los métodos basados en la evolución iterativa de un simplex o de un complex. Este último método es en el que se va a hacer mayor hincapié.

Los métodos del Simplex o del Complex pueden considerarse como métodos volumétricos. Por ejemplo, en R^3 , el método Simplex construye un tetraedro que se va desplazando y deformando (aumento o reducción de volumen) hasta encerrar un punto óptimo en un tetraedro de volumen tan pequeño como se quiera.

El método de Simplex de Nelder y Mead es, sin duda, el más popular por su simplicidad, su robustez y su eficacia práctica en problemas de tamaño pequeño. Dicho método ha dado lugar a diversas modificaciones con el objetivo de mejorarlo [Parkinson *et al* 1972; Rikov, 1983; Torczon, 1991; García *et al*, 1992]. Su principio es muy simple. En cada iteración, el vértice de mayor valor asociado de la función objetivo se transforma, bien por reflexión (simplex simétrico de volumen constante), bien por expansión (volumen aumentado), bien por contracción (reducción de volumen). Si alguna de estas transformaciones no mejora el vértice transformado, se efectúa una reducción de todo el Simplex alrededor del vértice con mejor valor de la función objetivo.

Otro método que también emplea el Simplex, aunque basado en un principio diferente es el método baricéntrico. En este caso es el baricentro del simplex el que se pretende que mejore en cada iteración. En cada etapa varios vértices se transforman simultáneamente para desplazar el simplex y su baricentro [Enjalbert *et al*, 1993]. Se aplican etapas de expansión, contracción y reducción pero siguiendo un esquema ligeramente diferente al seguido en el algoritmo de Nelder y Mead. El objetivo perseguido por este nuevo método es mejorar la convergencia para los problemas de gran dimensión ($n > 10$) en relación con

el algoritmo de Nelder y Mead, para el cual las ventajas de cálculo se degradan muy rápidamente con la dimensión ($n > 6$).

El método Complex de Box es en realidad una modificación del método Simplex de Nelder y Mead que tiene en cuenta las posibles restricciones implícitas y explícitas sobre los parámetros. Así como el método Simplex comienza generando un conjunto de k puntos ($k=n+1$) que constituye el simplex, el método Complex comienza generando un conjunto de k puntos ($k=2n$) que se denomina complex. También en este método se evalúa la función objetivo en cada uno de los vértices del complex y mediante una serie de etapas pretende encerrar el mínimo en un recinto cada vez más pequeño.

3.4.2.2 Vector de parámetros. La aplicación de métodos directos en la minimización de la función objetivo (3.6.) se ha llevado a cabo utilizando tanto el modelo de Ferreira como el modelo de material elastoplástico [Hasanov, 1995]. En el modelo de Drucker-Prager, empleado en este trabajo para la simulación del ensayo presiométrico mediante un método de elementos finitos, el vector de parámetros del modelo viene dado por $x=(E, \nu, K, \phi)$, mientras que el vector de parámetros del modelo elástico no lineal de Ferreira viene dado por $x=(\sigma_{h0}, (t/s)_{ult}, S_i, K_A^{CV})$. Por tanto, el proceso iterativo de minimización pretende encontrar los valores de (E, ν, K, ϕ) o de $(\sigma_{h0}, (t/s)_{ult}, S_i, K_A^{CV})$ que minimizan el valor de la función objetivo.

3.4.2.3 Método de Nelder y Mead. Método Simplex. El método de Nelder y Mead es una extensión del método Simplex de Spendley, Hext y Himsworth [1962]. A partir de un punto o vector de parámetros inicial y de un paso genera $(n+1)$ puntos. El conjunto de $(n+1)$ puntos equidistantes entre sí en un espacio de dimensión n — n parámetros del modelo— se conoce con el nombre de simplex regular. En dos dimensiones representa un triángulo equilátero y en tres un tetraedro regular. La idea básica del método consiste en comparar los valores de la función objetivo en los $(n+1)$ vértices del simplex y moverse hacia el punto óptimo mediante un proceso iterativo. El método original o regular mantiene en cada paso del proceso un simplex regular.

El método de Nelder y Mead introduce algunas simplificaciones que permiten a los simplex ser irregulares, dando lugar a un método de búsqueda directa muy robusto que resulta especialmente útil cuando el número de parámetros no excede de cinco o seis.

El movimiento del simplex en este método se consigue mediante la aplicación de tres operaciones básicas: reflexión, expansión y contracción. Los pasos que se siguen al aplicar este método son los siguientes:

- A) Se comienza calculando el valor de la función objetivo en los $(n+1)$ vértices, de tal modo que si se parte de los puntos $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n+1}$, se obtienen los valores de la función correspondientes, es decir, $f_1=f(x_1), f_2=f(x_2), f_3=f(x_3), \dots, f_{n+1}=f(x_{n+1})$.
- B) Se determina entre $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n+1}]$ el máximo valor de la función (f_h), el siguiente valor más alto de la función (f_g), el menor valor de la función (f_l) y los puntos donde estos valores se alcanzan, x_h, x_g, x_l .
- C) se calcula el centroide (x_0) de todos los puntos x_i , excluyendo a x_h , y el correspondiente valor de la función $f_0=f(x_0)$, es decir:

$$x_0 = \frac{1}{n} \sum_{i \neq h} x_i$$

$$f_0 = f(x_0)$$

- D) Se refleja x_h en x_0 obteniéndose un nuevo punto x_r y el correspondiente valor de la función $f_r=f(x_r)$. Un ejemplo de esta reflexión puede apreciarse en la Figura 3.2.

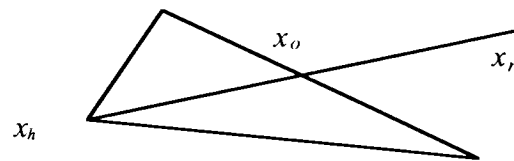


Figura 3.2. Reflexión.

La localización del punto reflejado x_r se determina a partir del factor de reflexión α según se detalla a continuación. Dicho factor es siempre mayor que cero ($\alpha > 0$):

$$x_r - x_0 = \alpha(x_0 - x_h)$$

luego,

$$x_r = (1 + \alpha)x_0 - \alpha x_h$$

E) Se compara f_r con f_l , pudiendo darse los casos siguientes:

- i) Si $f_r < f_l$ se habrá obtenido un valor de la función menor que el mínimo ya conocido. La dirección de búsqueda desde x_0 hasta x_r será una dirección adecuada en la búsqueda del mínimo. A continuación, mediante una expansión en esa dirección se alcanza el punto x_e y se evalúa el valor de la función en ese punto ($f_e=f(x_e)$). Un ejemplo de esta expansión del simplex puede apreciarse en la Figura 3.3,

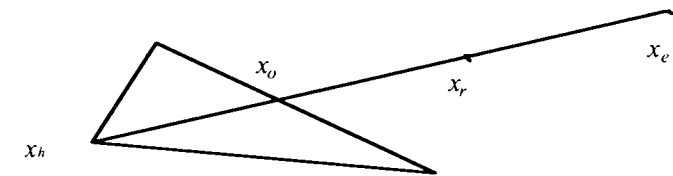


Figura 3.3. Expansión.

Por tanto x_e se determinará del siguiente modo:

$$x_e - x_0 = \gamma(x_r - x_0)$$

$$x_e = \gamma x_r + (1 - \gamma)x_0$$

donde el coeficiente de expansión γ es siempre mayor que uno ($\gamma > 1$). A continuación se estudiará:

- Si $f_e < f_l$ se sustituye x_h por x_e y se hace el test de convergencia, descrito a continuación en el apartado (I), sobre los $(n+1)$ puntos del simplex resultante. Si se produce la convergencia se terminará el proceso. De lo contrario se vuelve al apartado (B).
- Si no se cumple que $f_e < f_l$ querrá decir que el movimiento en la dirección x_0-x_r ha sido demasiado grande. Se abandona x_e y se sustituye x_h por x_r produciéndose un avance en el proceso de minimización ya que $f_r < f_l$. A continuación se realiza el test de convergencia (apartado I) para los $(n+1)$ puntos del nuevo simplex y si no se alcanza la convergencia se vuelve al apartado (B).

ii) Si $f_r > f_l$ pero no se cumple que $f_r > f_g$, quiere decir que el valor de la función en x_r , (f_r) es menor que los valores de la función en los dos puntos más desfavorables ($f_r < f_g < f_h$), y por tanto se ha avanzado en el camino para alcanzar el mínimo de la función. Se sustituye x_h por x_r , se realiza el test de convergencia (apartado I) y si ésta no se produce se vuelve al apartado (B).

iii) Si $f_r > f_l$ y $f_r > f_g$ no se habrá producido ningún avance en el camino de minimización de la función objetivo f y se continuará con el apartado (F).

F) Se comparan f_r con f_h estudiando los distintos casos posibles:

i) Si $f_r > f_h$ se continua con el apartado ii), donde se realiza una contracción.

Si $f_r < f_h$ se reemplaza x_h por x_r y f_h por f_r . Por tanto $f_g < f_r < f_h$ y se continúa con el apartado ii).

ii) En este caso se pueden dar dos posibilidades:

—Cuando $f_r > f_h$ significa que la traslación llevada a cabo en la dirección x_h-x_0 ha sido demasiado grande. Se procede por tanto a una contracción con el fin de encontrar el punto x_c que estará situado entre x_h y x_0 , en la dirección que los une, según se observa en la Figura 3.4,

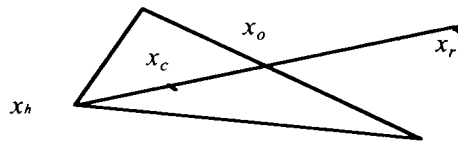


Figura 3.4. Contracción.

Por tanto x_c se determinará del siguiente modo:

$$x_c - x_0 = \beta (x_h - x_0)$$

$$x_c = \beta x_h + (1 - \beta)x_0$$

donde el coeficiente de contracción β varía entre cero y uno ($0 < \beta < 1$).

—Cuando $f_r < f_h$ ($f_g < f_r < f_h$) se reemplaza, como se ha dicho con anterioridad, x_h por x_r , antes de realizar la contracción (Figura 3.5),

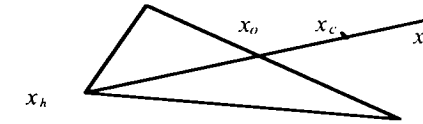


Figura 3.5.

En este caso el punto x_c se encontrará situado entre el x_0 y el x_r . Es decir:

$$x_c - x_0 = \beta (x_r - x_0)$$

$$x_c = \beta x_r + (1 - \beta)x_0$$

G) Se comparan los valores de f_c y f_h :

i) Si $f_c < f_h$ se reemplazan x_h por x_c , se lleva a cabo el test de convergencia (apartado I) y si no converge se vuelve al apartado (B).

ii) Si $f_c > f_h$ no se habrá conseguido encontrar un valor de la función menor que f_h y se prosigue con el apartado (H).

H) Llegados a este punto se reduce el tamaño del simplex reduciendo a la mitad la distancia de cada punto del simplex al punto x_i , punto en el que la función alcanzaba el menor valor conocido. Es decir, cada vértice x_i del simplex es reemplazado por:

$$x_i + \frac{1}{2}(x_i - x_i)$$

es decir, $x_i \rightarrow \frac{1}{2}(x_i + x_i)$.

Una vez obtenidos los nuevos puntos x_i , se calculan los valores de f_i para $i=1, 2, \dots, (n+1)$ y se realiza el test de convergencia del siguiente apartado. Si no converge se continua con el apartado (B).

- I) El test de convergencia que se ha estado citando anteriormente se basa en que la desviación estandar (σ) de los $(n+1)$ valores de la función en los puntos del simplex sea menor que un valor pequeño ϵ predeterminado. Se trata de calcular:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n+1} (f_i - \bar{f})^2}{(n+1)}$$

donde: $\bar{f} = \sum_{i=1}^{n+1} (f_i / (n+1))$

Si $\sigma < \epsilon$ significa que se alcanza la convergencia, es decir, que todos los valores de la función están muy próximos entre sí y seguramente, muy próximos al mínimo.

En general, a la hora de asignar valores a los coeficientes de reflexión, expansión y contracción Nelder y Mead recomiendan, basándose en la experiencia, los valores siguientes: $\alpha = 1$, $\beta = 0,5$ y $\gamma = 2$ y [Nelder y Mead, 1965]. Con estos valores el método funciona de manera eficaz en muchos problemas técnicos diferentes, en particular en el caso de la respuesta del ensayo presiométrico. En alguna ocasión puede dar problemas de convergencia [Torczon, 1989]. En la Figura 3.6 se presenta un organigrama del método del simplex descrito en este apartado.

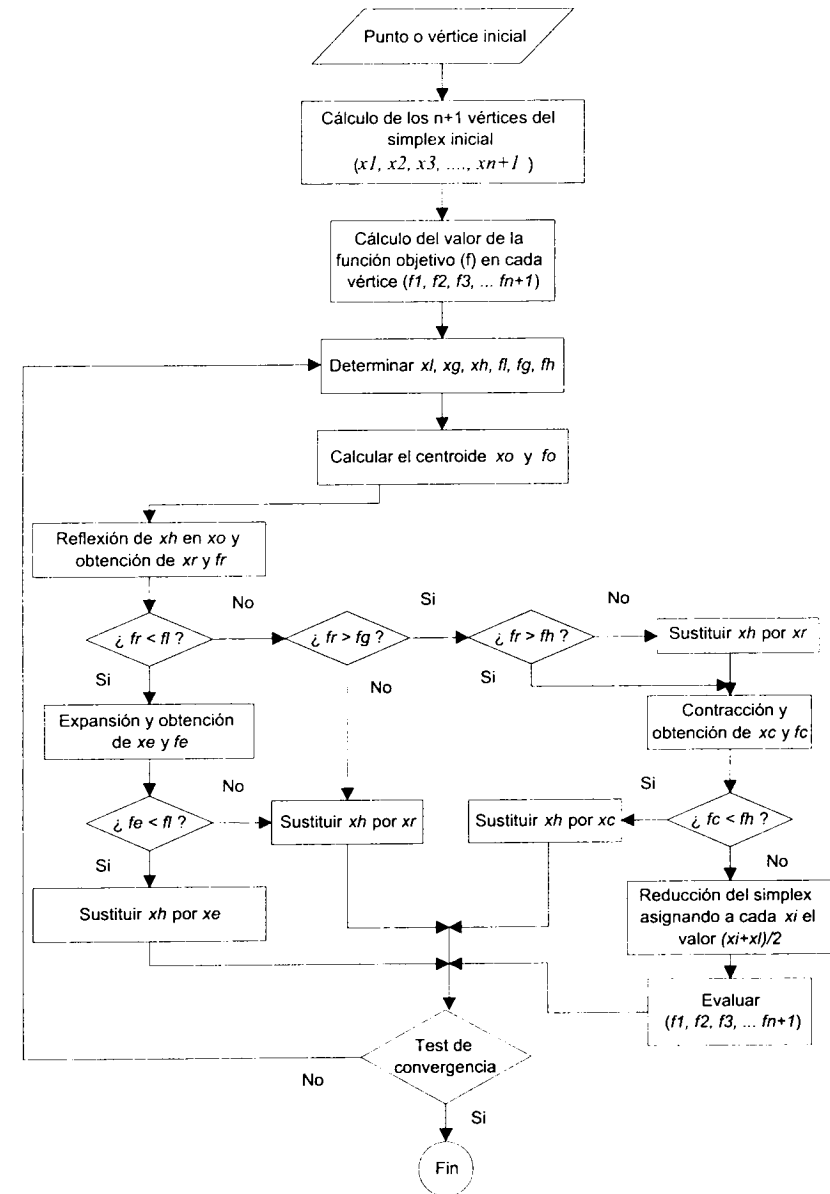


Figura 3.6. Organigrama del Método Simplex de Nelder y Mead

3.4.2.4 Método de Box. Método Complex. Como ya se ha mencionado anteriormente el método de búsqueda directa denominado *Complex* propuesto por Box en 1965 es, en realidad, una modificación del método Simplex de Nelder y Mead que tiene en cuenta las restricciones implícitas y explícitas sobre los parámetros. En un primer momento del desarrollo de esta tesis se trabajó con el simplex, escalando los parámetros, pero pronto se puso de manifiesto la necesidad de limitar la región de variación de cada uno de ellos valorando la información previa disponible. Cuando tanto la función objetivo como las restricciones implícitas son convexas el problema de minimización tendrá solución única.

Este método es un método iterativo que parte del conocimiento del número de parámetros (n), del intervalo de variación de cada uno de ellos —restricciones explícitas—, del número de restricciones implícitas (m) y de un punto o vector de parámetros de partida ($x_i=x_1$) admisible. Por tanto el problema planteado será:

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ g_i(x) \leq b_i \quad & i=1,2,\dots,m \\ l_j \leq x_j \leq u_j \quad & j=1,2,\dots,n \end{aligned}$$

donde u_j y l_j son los valores superior e inferior respectivamente de cada una de las n restricciones explícitas y los b_i son las cotas superiores de las m condiciones implícitas.

Así como el método Simplex comenzaba generando un conjunto de k puntos ($k=n+1$) que constituía un simplex, el método Complex comienza generando un conjunto de k puntos ($k=2n$) que se denomina complex (Figura 3.7.). Dichos puntos deben satisfacer las restricciones impuestas en cada caso y se generan aleatoriamente a partir del punto de partida ($i=1$) mediante la siguiente expresión,

$$x_{ij} = l_j + \text{random}(u_j - l_j) \quad \begin{cases} j = 1, 2, \dots, n \\ i = 2, 3, \dots, k \end{cases}$$

donde la función *random* es una función de generación de números aleatorios.

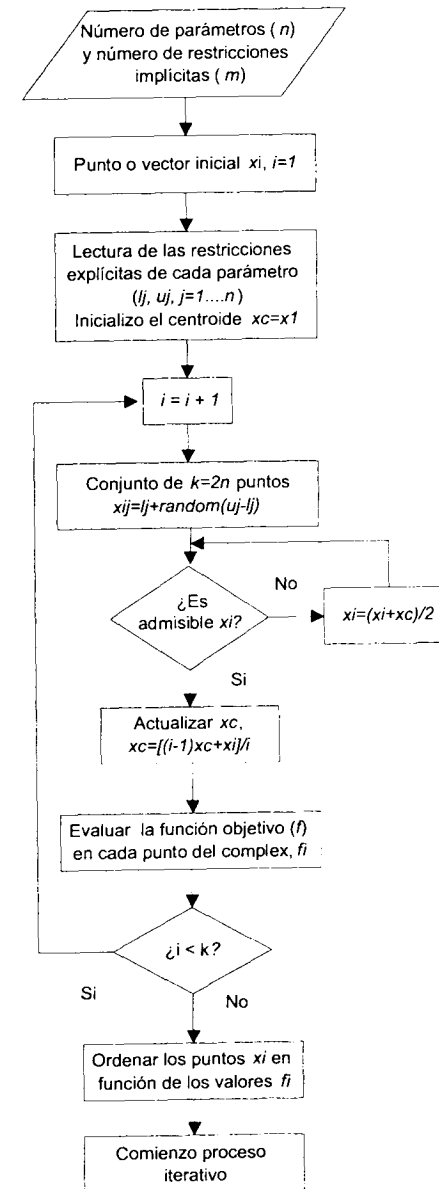


Figura 3.7. Obtención del primer Complex.

De ser aceptados como puntos del complex, es decir si además de verificar las restricciones explícitas verifican las implícitas, se pasa a evaluar en ellos la función objetivo. Si por el contrario hay algún punto x_i que no satisface las restricciones se desplaza hacia el centroide (x_c) la mitad de la distancia que separa el centroide de los puntos aceptados hasta el momento ($x_a, a=1,2, \dots, i-1$), del punto que no lo ha sido y se genera otro intermedio x_i' :

$$x_i' = (x_i + x_c) / 2$$

$$x_c = \frac{1}{i-1} \sum_{a=1}^{i-1} x_a$$

Cuando se dispone del complex y de los valores de la función objetivo en cada uno de sus puntos se procede a ordenarlos en función del correspondiente valor de la función objetivo.

Una vez construido el primer complex comienza el proceso iterativo (Figura 3.8.) que pretende dirigirse hacia el punto donde la función objetivo alcanza un mínimo dentro de la región admisible. El proceso que tiene lugar es el siguiente:

A) Detectar el punto del complex (x_h) donde la función objetivo alcanza su máximo (f_h) y calcular el centroide de los restantes puntos (x_{co}).

B) Con el fin de alejarnos de x_h se construye un nuevo punto x_r mediante la reflexión de x en x_{co} empleando un factor de reflexión α superior a 1, en nuestro caso se ha empleado $\alpha = 13$.

$$x_r = (1 + \alpha)x_{co} - \alpha x_h$$

C) Este nuevo punto puede ser un punto admisible o no:

- i) Si x_r no es un punto válido por violar la condición explícita $l_j \leq x_r$ se sustituye por $x_r = l_j + 10^{-6}$. Si x_r no es un punto válido por violar la condición explícita $x_r \leq u_j$ se sustituye por $x_r = u_j - 10^{-6}$.

- ii) Si x_r no es un punto válido por violar una condición implícita $g_i(x_r) \leq b_i$ se desplaza x_r hacia el centroide x_{co} la mitad de la distancia que hay entre ellos, es decir el nuevo punto será:

$$x_r = (x_r + x_{co}) / 2$$

- iii) Se analiza si es válido el nuevo punto. Si lo es, se sigue con el paso D y si no lo es se repite el paso C hasta encontrar un x_r válido.

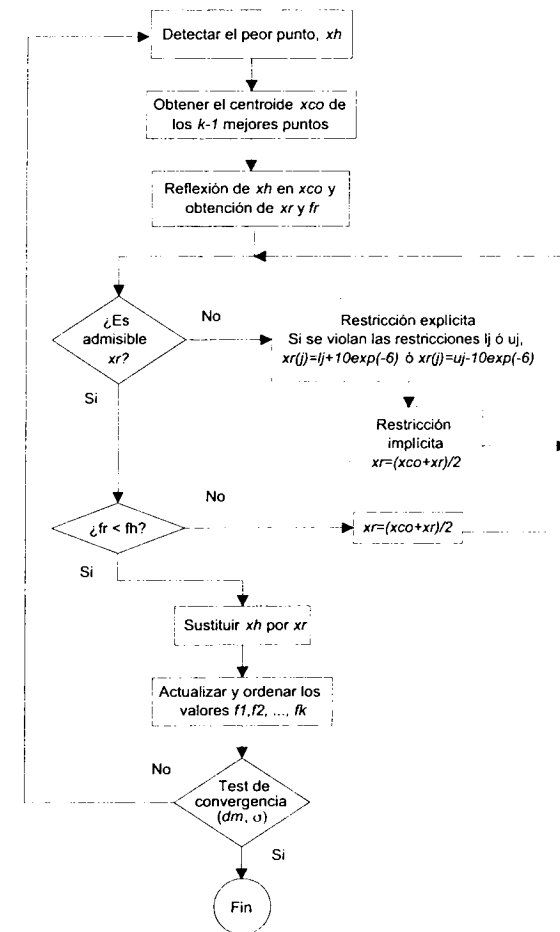


Figura 3.8. Proceso iterativo del método complex.

- D) Encontrado x_r , se calcula el correspondiente valor de la función objetivo f_r , y se compara con el valor de la función mas alto f_h . Si $f_r > f_h$ quiere decir que el nuevo punto x_r , es peor que el peor punto anterior x_h , por lo que se vuelve a desplazar x_r , hacia el centroide la mitad de la distancia existente entre el punto x_r y el centroide, y se vuelve al paso C.
- E) Si por el contrario $f_r < f_h$ se sustituye x_h por x_r con lo que se obtienen los k puntos que forman el nuevo complex, y se reordenan los puntos en función de los valores alcanzados por la función objetivo.
- F) Para saber si el método ha convergido se calculan dos magnitudes, la desviación estandar (σ) de los valores de la función objetivo en los vértices del complex y la distancia máxima (d_m) entre dos puntos cualquiera del complex.
- G) La convergencia se produce cuando los valores de σ y de d_m son lo suficientemente pequeños, en cuyo caso el proceso termina. De no alcanzarse la convergencia se vuelve al paso A y se repite el proceso.

En la Figura 3.9 puede observarse un organigrama del algoritmo de ajuste para el modelo de comportamiento elastoplástico. En él se puede ver que el cálculo numérico de las trayectorias para cada uno de los nuevos vértices admitidos del complex —nuevos juegos de parámetros— se realiza mediante el método de elementos finitos adoptando para el material el modelo de Drucker-Prager.

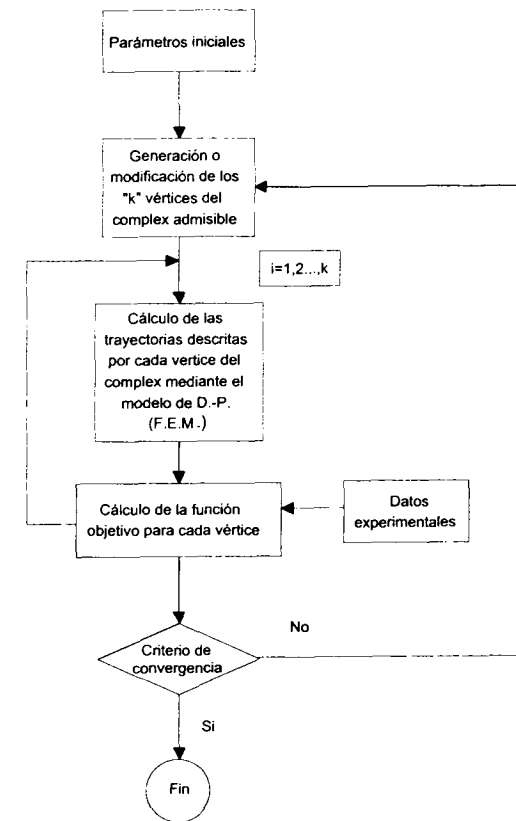


Figura 3.9. Algoritmo de ajuste para el modelo de Drucker-Prager (D.-P.).

3.4.2.5 Métodos de Recocido Simulado (Simulated Annealing).

3.4.2.5.1 Fábula de los excursionistas. La táctica de éste tipo de métodos queda muy bien indicada por la fábula de los tres excursionistas [Charon *et al*, 1996]. Dicha fábula comienza así. Érase una vez cuatro excursionistas con poco sentido de la orientación que se perdieron en la montaña en cuatro lugares distintos. Siendo precavidos se han informado antes de salir y saben que un equipo de rescate pasa con regularidad por el punto de menor altitud de la zona. Cada uno disponía de un altímetro y una brújula aunque ninguno conocía la altitud del punto más bajo. A causa de la niebla su visión es limitada y no pue-

den ver a su alrededor más que el entorno inmediato. Por ello al llegar a un cruce sólo pueden saber si un camino sube o baja caminando sobre él, lo que les impide examinar a la vez los distintos caminos que confluyen en el cruce. ¿Cuál fue la estrategia que siguió cada uno para encontrar el lugar adecuado?

El primero, no sabiendo que dirección elegir, adopta el siguiente método: en cada cruce conocerá la altitud a la que se encuentra y probará todos los caminos posibles, examinando sucesivamente todas sus ramificaciones, y pudiendo volver hacia atrás para explorar aquellas ramificaciones que todavía no había recorrido. Cuando haya terminado de explorar todo, podrá volver a la altitud más baja, sabiendo con certeza que se encuentra en el lugar adecuado para esperar el socorro. Sin embargo, este excursionista no había medido bien la magnitud de su proyecto pues si no ha muerto de cansancio, correrá continuamente por la montaña recorriendo una de las numerosas ramificaciones descubiertas después de su salida.

El segundo prefiere otro método: al llegar a cada cruce seguirá el primer camino que se presente y que se dirija hacia abajo. ¡Qué hay más normal que descender para ir hacia abajo!. Este excursionista tampoco tiene suerte y el camino que ha tomado desciende hacia una hondonada que consideró el punto más bajo. Estuvo esperando toda la noche al equipo de socorro. Al amanecer pudo comprobar al desaparecer la niebla que se había equivocado, poniéndose a caminar por fin hacia el lugar adecuado que estaba más abajo.

El tercer excursionista era un jugador empedernido y decide transformar su regreso en un juego que tiene las siguientes reglas: si el primer camino que examina en un cruce desciende entonces lo sigue, mientras que si sube no lo excluye sistemáticamente, como hacía el segundo excursionista, sino que se lo juega a los dados. Es decir, fija mentalmente un número y tira los dados. Si el número indicado por los dados es inferior al que él había fijado, sube por ese camino. En caso contrario pasa al camino siguiente y aplica el mismo procedimiento eligiendo mentalmente un nuevo número. En cada cruce que se encuentra obra de forma semejante, pudiendo eventualmente subir por varios senderos sucesivos. Para no cansarse demasiado tiene en cuenta la inclinación del camino a la hora de elegir el número, de tal modo que cuánto mayor pendiente tenga el camino menor será el número elegido. A medida que descende tendrá cada vez menor tendencia a subir, lo que se traduce en una dismi-

nución del número mentalmente elegido. En un determinado momento se encuentra caminando tras el segundo excursionista. ¿Se va a dejar atrapar por la fatídica hondonada?. Si durante el descenso se encuentra con algún cruce y el resultado de tirar los dados es menor que el número que en cada caso haya elegido entonces subirá por alguno de esos senderos escapando a la hondonada. Al final, gracias a sus subidas aleatorias alcanza un punto de baja altitud del que no se mueve por ser los números elegidos mentalmente demasiado bajos para alejarse. Efectivamente este es el punto bueno por el que el equipo de rescate pasó poco después de su llegada.

El cuarto excursionista, como el segundo, comienza también a descender todo lo que puede. Elige sistemáticamente el camino de mayor pendiente. Sin embargo, al ser un poco más avisado que su compañero es consciente que esta táctica le puede conducir a un callejón sin salida. Por ello en cada cruce decide adoptar la siguiente estrategia: cuando pueda descender lo hace por el camino de mayor pendiente; cuando no hay sendero que conduce hacia abajo, sigue el camino que sube con la pendiente más débil. Además para evitar volver sobre sus pasos memoriza la dirección de la que viene y se prohíbe volver hacia atrás. Es decir, si sube hacia el norte, se prohíbe ir hacia el sur; si más tarde sube hacia el noroeste, se prohíbe bajar hacia el sureste. Su memoria no le permite memorizar más que las siete últimas direcciones prohibidas. Aplicando esta estrategia, en un determinado momento, va hacia el norte prohibiéndose ir hacia el sur, al menos mientras no olvide esta restricción—, después va hacia el noroeste —prohibiéndose el sureste y el sur—. Entonces en un repentino claro de niebla se da cuenta que un sendero desciende hacia el sur a un lugar que está mucho más bajo que todos por los que había pasado antes. Decide no tener en cuenta la prohibición sobre la dirección sur y desciende hacia este nuevo y prometedor punto. Al llegar se da cuenta que ha acertado pues no tarda en ver llegar al equipo de socorro que le recoge.

Por tanto, el tercer y el cuarto excursionista consiguen alcanzar el punto de menor altitud de la zona y ser socorridos por el equipo de socorro. La historia no nos dice cuál de los dos llegó antes al punto correcto, pero lo importante es que ambos pudieron pasar esa noche bajo techo, que ambas estrategias eran válidas.

3.4.2.5.2 Introducción. Los denominados métodos de recocido simulado son métodos relativamente nuevos [Kirkpatrick, 1984; Otten *et al*, 1989; Press *et al*, 1995; Charon *et al*, 1996] que se emplean para resolver problemas donde es importante determinar los extremos globales de la función objetivo. De hecho son métodos que han demostrado su validez al haber sido capaces de encontrar extremos globales en presencia de un gran número de extremos locales no deseados [Press *et al*, 1995].

Desde un punto de vista práctico con esta metodología se han resuelto problemas típicos como el problema del vendedor ambulante que consiste en encontrar el itinerario más corto que debe recorrer dicho vendedor pasando sólo una vez por todas y cada una de las n ciudades donde quiere vender sus productos y retornar a la ciudad de origen. Este es en realidad un problema de minimización combinatoria ya que el espacio en el que se define la función objetivo que se quiere minimizar no es realmente un espacio n -dimensional de n variables o parámetros continuos sino que se trata más bien de un espacio discreto, el conjunto de las diferentes ordenaciones posibles de las n ciudades. El número de elementos de este espacio es muy grande e indudablemente no es posible considerar todos. Además al tratarse de un espacio discreto deja de tener significado el concepto de dirección de minimización que en un espacio continuo se emplea para indicar la dirección que más rápidamente conduce hacia la región donde se encuentra el mínimo.

La aplicación de la metodología del recocido simulado en espacios continuos se basa en la búsqueda de “valles estrechos” mediante pasos o incrementos aleatorios. Estos valles son regiones de las que es difícil salir con pequeños cambios en los parámetros o, dicho de otro modo, para poder salir de esos valles habría que perturbar considerablemente los parámetros del modelo. Hay que tener en cuenta que en valles estrechos y largos la mayor parte de los pasos aleatorios que se den van a ir en la dirección ortogonal a la dirección de máxima minimización. Por tanto hay que definir una estrategia para que esos pasos aleatorios avancen hacia la región del mínimo. Existen diferentes estrategias que dan origen a distintos métodos de recocido simulado.

El origen de la metodología del recocido simulado hay que buscarlo en la analogía que presenta con fenómenos termodinámicos tales como el proceso de enfriamiento y posterior cristalización de los líquidos, o el camino que siguen los metales al enfriarse y “recocerse”.

A altas temperaturas las moléculas de un líquido se mueven libremente entre sí. A medida que el líquido se enfría, si este enfriamiento se hace lentamente, la movilidad de las moléculas se va reduciendo paulatinamente y los átomos se van ordenando de modo que se acaba formando un cristal puro completamente ordenado. Es decir, se alcanza en esas condiciones un estado de mínima energía. Por el contrario si el enfriamiento se produce rápidamente no se va a formar un cristal puro sino seguramente el proceso de enfriamiento termine en una formación policristalina amorfa de energía superior. Por tanto es esencial que el proceso de enfriamiento se realice lentamente para que los átomos pierdan movilidad y tengan “tiempo” de ordenarse según una configuración de mínima energía. Esta es, técnicamente hablando, la definición de recocido, y es fundamental para asegurar que se pueda alcanzar un estado de mínima energía.

En general, aunque la analogía no es perfecta, se puede decir que la mayor parte de los algoritmos de minimización avanzan según la dirección de enfriamiento máximo. Es decir, a partir de un punto inicial buscan el camino más corto y rápido en la dirección de máxima minimización —en la dirección del mínimo—, lo que no siempre implica que se alcance el mínimo global, sino que en muchos casos se obtienen mínimos locales. En la Figura 3.10 se muestra cuál es la esencia y el objetivo del recocido simulado.

Los primeros en tener en cuenta todas estas consideraciones procedentes de las analogías con la termodinámica e incluirlas en una formulación numérica fueron [Metropolis *et al*, 1953]. De hecho lo que hace el algoritmo que se conoce con el nombre de algoritmo de Metropolis es buscar el mínimo global de una función objetivo en la dirección de la máxima minimización y de vez en cuando avanzar en la dirección contraria.

Para emplear dicho algoritmo es preciso disponer de los siguientes elementos:

- Una descripción de las posibles configuraciones del sistema que se quiere estudiar.
- Un generador aleatorio de cambios de configuración del sistema, que en realidad representan las posibles alternativas del sistema.
- La función objetivo que se quiere minimizar.

- Un parámetro de control (T) y un “protocolo de recocido” —“annealing schedule”— que describen cómo es el proceso por el que el sistema pasa de niveles de alta energía a niveles de energía menor. Es decir, tras cuántos cambios aleatorios de configuración se produce un nuevo avance —paso— del parámetro de control (T) en la dirección de máxima minimización —menor valor de T — y cuál es su magnitud. Para comprender bien y emplear adecuadamente este protocolo es preciso disponer de información a cerca del comportamiento físico del sistema y de la información proveniente de ensayos realizados con anterioridad.

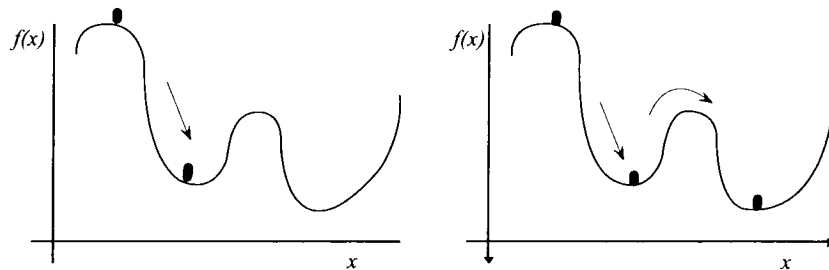


Figura 3.10. Esencia de la técnica del recocido simulado.

3.4.2.5.3 Aplicación a la determinación de parámetros geotécnicos. A la hora de aplicar la metodología del recocido simulado a la minimización de la función objetivo resultante de la comparación entre dos curvas de un ensayo presiométrico —una experimental y otra calculada numéricamente— se considera que se trabaja en un espacio continuo n -dimensional, donde n representa el número de parámetros del que depende la ley de comportamiento del material.

En este caso el objetivo es buscar el mínimo global de una función objetivo ($f(x)$) del tipo (3.6.) que se ha definido al comienzo del presente capítulo. Este mínimo se alcanzará con un determinado juego de parámetros (x) que representa el estado del sistema citado por Metropolis. El parámetro de control (T) sigue siendo algo parecido a la temperatura que disminuye gradualmente siguiendo las indicaciones del protocolo de recocido. El generador aleatorio de estados del sistema o de juegos de parámetros determina el modo de avance

aleatorio desde un estado x hacia el paso siguiente $x+\Delta x$. Existen diferentes esquemas o posibilidades de elegir el nuevo paso Δx , [Vanderbilt *et al*, 1984; Bélisle *et al*, 1990].

El método de recocido simulado al que aquí se alude [Press *et al*, 1995] está basado en una variante del método de búsqueda directa Simplex [Nelder y Mead, 1965], ya estudiado en el apartado 3.4.2.3. Es decir, cada estado del sistema o conjunto de parámetros (x) da lugar a un simplex que está formado por $n+1$ vértices. Este simplex mediante movimientos de reflexión, contracción y expansión va avanzando hacia el estado de mínima energía —conjunto de parámetros x que minimizan la función objetivo—.

La implementación del llamado algoritmo de Metropolis se realiza del siguiente modo: por un lado, al valor de la función objetivo asociado a cada uno de los vértices del simplex se le suma una variable aleatoria positiva de distribución logarítmica proporcional al parámetro de control T , y por otro, al valor de la función objetivo asociado a cada nuevo estado (x) que se prueba como posible punto que sustituya al anterior estado se le resta una variable aleatoria semejante a la anterior. De este modo se logra que el método acepte siempre un paso en la dirección de máxima minimización, aunque en ocasiones acepta también algún paso en dirección diferente. En el límite, cuando el parámetro de control tiende a cero, el algoritmo se comporta como el método tradicional de búsqueda directa simplex, avanzando en la dirección de máxima minimización hasta que se produce la convergencia en el mínimo, presumiblemente global. En la Figura 3.11 se presenta un organigrama de este algoritmo Simplex-Metropolis; para una descripción de las variables ver apartado 3.4.2.3.

Para un valor cualquiera de T , el simplex se expande hasta alcanzar una escala próxima al tamaño de la región del espacio que puede ser “abarcada” por el valor del parámetro de control. Cuanto mayor sea T mayor será la región abarcada por el simplex en cada caso. Dentro de esa región se produce un movimiento aleatorio Browniano que permite ensayar nuevos puntos elegidos aleatoriamente dentro de ella. De este modo la eficiencia con la que se explora una región es independiente de su estrechez —para un valle elipsoidal, del ratio de sus ejes principales— y de su orientación. Si el enfriamiento (T) se lleva a cabo lentamente la eficiencia será tan buena que el simplex se irá contrayendo hacia la región que contiene el mínimo global buscado.

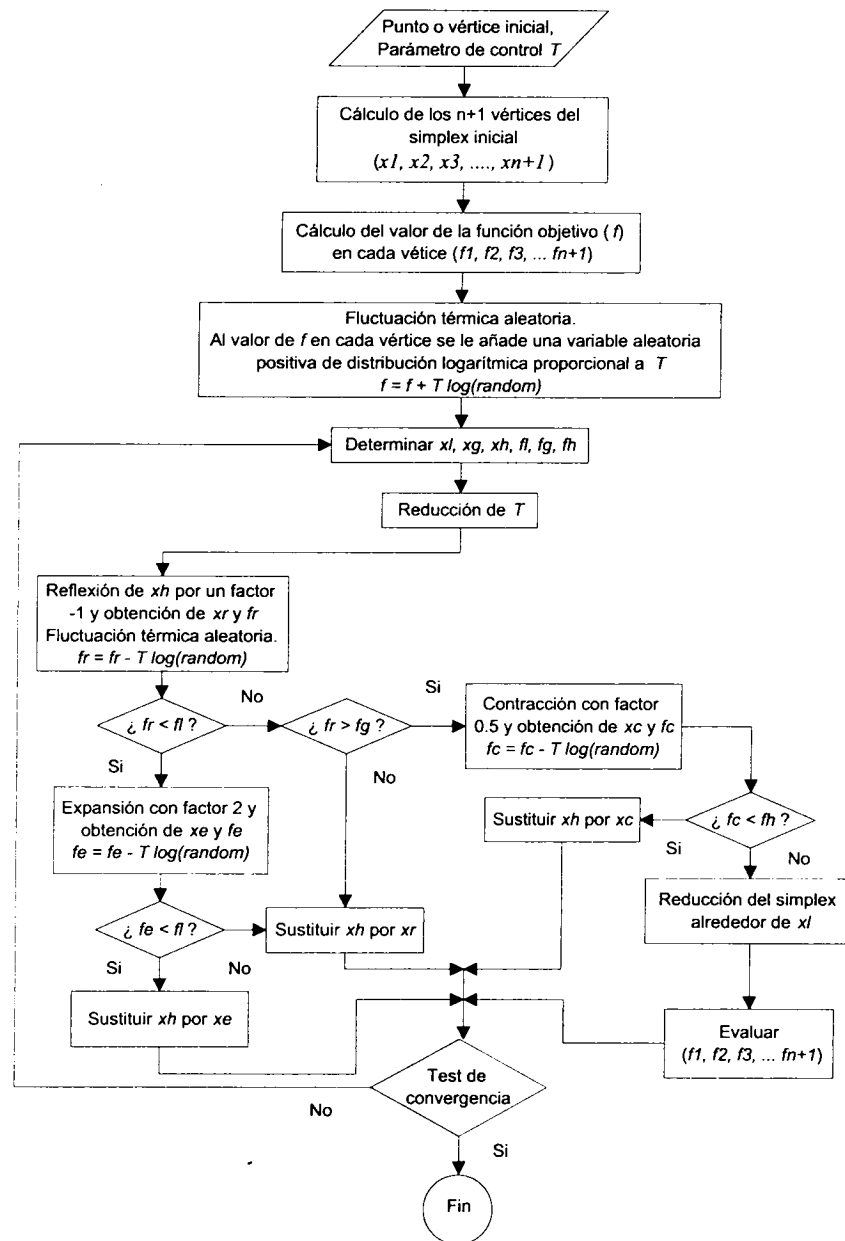


Figura 3.11. Algoritmo Simplex-Metrópolis.

3.4.2.6 Algoritmos genéticos. La idea que subyace en la metodología de los algoritmos genéticos es la de la evolución de los seres vivos: los mejor adaptados tienen más posibilidades de sobrevivir y por tanto de reproducirse. Si se pone el ejemplo [Michalewicz, 1996] de una población de conejos, se puede decir que dentro de ella habrá conejos que sean más rápidos y astutos. Otros en cambio serán más lentos. Estos últimos serán una presa más fácil para sus depredadores, mientras que los primeros tendrán más posibilidades de vivir y de reproducirse. La población de conejos que ha sobrevivido durante un periodo de tiempo comenzará a aparearse y reproducirse, produciéndose una mezcla del material genético: algunos conejos lentos se aparearán con conejos rápidos, otros con conejos astutos y otros entre sí; lo mismo sucederá con los conejos rápidos y con los astutos. Puede que incluso tenga lugar una mutación genética provocada por la naturaleza. Se puede decir que las crías de conejo surgidas de este proceso serán más astutas y rápidas que las de la generación anterior por haber sufrido menor depredación los conejos rápidos y astutos.

Las entidades responsables de la producción de los caracteres hereditarios son los genes y el conjunto de genes de un individuo define su genotipo. Un gen es un segmento de cromosoma —filamento de ADN— que es el material genético de todas las células. Los cromosomas se sitúan en el núcleo de las células. Cada célula de cualquier organismo de una especie tiene un número determinado de cromosomas presentados por pares. En cada par uno de los cromosomas proviene del padre y el otro de la madre. Los cromosomas de un mismo par se denominan homólogos.

Dos mecanismos permiten fabricar células nuevas [Charon *et al*, 1996]. El primero tiene lugar por la división celular: una célula duplica su material genético antes de dividirse en dos copias iguales o casi iguales —si se produce un error que afecta a un gen— en cuyo caso se trataría de una mutación —de ese gen—. Este mecanismo tiene lugar durante la reproducción asexual y se produce rara y aleatoriamente. El segundo es el mecanismo de la reproducción sexual o procreación cuyo fruto es un nuevo individuo a partir de sus padres. En este mecanismo las células sexuales transmitidas por los padres aportan, cada una, la mitad de los cromosomas del nuevo individuo lo que le proporciona el número total de cromosomas.

La procreación favorece por tanto, una conservación genética, ya que el patrimonio genético del nuevo individuo es función del de los padres. A esta conservación genética se unen dos mecanismos para incrementar la diversidad: las mutaciones, ya mencionadas, y el entrecruzamiento. El concepto de entrecruzamiento se ha introducido para explicar como genes situados en un mismo cromosoma pueden no correr la misma suerte: uno es transmitido y otro no. Puede ocurrir que durante la producción de los cromosomas, que un padre va a transmitir a su hijo por medio de las células sexuales que fabrica, tenga lugar un cambio en el padre entre cromosomas homólogos, es decir, una secuencia de uno se sustituye por una secuencia del otro; este cambio se denomina entrecruzamiento. Por tanto dos genes próximos en un cromosoma tienen menor probabilidad de ser separados por un entrecruzamiento que dos genes alejados.

Los algoritmos genéticos se inspiran más o menos fielmente en estos mecanismos, de tal modo que la solución al problema planteado de minimización de una función objetivo vendrá dada por una determinada cadena de cromosomas con su ordenación interna característica. Para alcanzar dicha solución se lleva a cabo un proceso en el que se mantiene una población de soluciones potenciales. Es importante que este método de búsqueda tenga en cuenta por un lado explorar todo el espacio de búsqueda y por otro aprovechar y explotar las regiones donde las soluciones parecen más prometedoras.

La estructura de un algoritmo genético sencillo es semejante a la de cualquier algoritmo de optimización. Durante la iteración I el algoritmo genético mantiene una población $P(I)$ de soluciones posibles —cromosomas—. Con cada solución se evalúa la función objetivo para tener una idea de cuáles son las mejores soluciones. Estas últimas se van a reproducir mientras que las peores mueren. En la iteración $I+1$ se forma una nueva población a partir de las mejores soluciones de la iteración I y de sus descendientes. Algunos miembros de esta nueva población $P(I+1)$ sufren alteraciones, ya sea mutaciones o entrecruzamientos, dando lugar a nuevas posibles soluciones. El entrecruzamiento combina cromosomas homólogos intercambiando segmentos de información de los padres para dar lugar a dos descendientes parecidos. Por ejemplo, si los cromosomas homólogos son $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6)$ y $(b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6)$ un entrecruzamiento a partir del tercer gen daría lugar a los descendientes $(a_1, a_2, a_3, b_4, b_5, b_6)$ y $(b_1, b_2, b_3, a_4, a_5, a_6)$. La mutación afecta arbitrariamente a uno

o varios genes mediante un cambio aleatorio con una probabilidad igual al ratio de mutación fijado.

En general un algoritmo genético consta de las siguientes componentes:

- Una representación genética de las posibles soluciones —espacio de soluciones admisibles—.
- Un modo de crear una población inicial de soluciones posibles.
- Una función objetivo o función de evaluación que permite decir cuán buena es una solución —cromosomas—.
- Operadores genéticos que alteran la estructura de las soluciones: mutación, entrecruzamientos.
- Valores de los parámetros que emplea el algoritmo genético: tamaño de la población, probabilidad de mutación, probabilidad de entrecruzamiento.

Por último decir que los algoritmos genéticos se han usado con resultados satisfactorios en problemas de control adaptativo, en el problema del vendedor ambulante, en problemas de control óptimo, etc [Grefenstette, 1985; Davis, 1987; Michalewicz, 1990; Forrest, 1993; Eshelman, 1995; Michalewicz, 1996].

3.4.3 Métodos de búsqueda indirecta

3.4.3.1 Introducción. La clasificación de los llamados métodos "clásicos" o de búsqueda indirecta depende del tipo de información que precisen de la función objetivo. Así, se tienen por orden decreciente de información que se precisa los métodos de Newton, los métodos de cuasi-Newton y los métodos del gradiente. El método de Newton requiere información del gradiente y de la matriz hessiana de la función objetivo al realizar en cada iteración una aproximación de segundo orden de dicha función. En general la matriz hessiana es muy costosa de evaluar y además debe ser definida positiva para asegurar la convergencia. Los métodos de cuasi-Newton [Zijlstra, 1996] precisan información del gradiente de la función objetivo y aproximan de forma muy simple la matriz hessiana manteniéndola simétrica definida positiva.

Además están los métodos de Gauss-Newton que se utilizan fundamentalmente para funciones objetivo provenientes de la aplicación de mínimos cua-

drados. Estos métodos requieren información del gradiente de la función objetivo y de las matrices jacobianas.

A continuación se hace una breve referencia a estos métodos, pues uno de ellos, el método de Marquardt [1963], es el que se ha empleado en la minimización de la función objetivo para el modelo de material dado por la ecuación analítica hiperbólica de Ferreira.

3.4.3.2 Vector de parámetros. La aplicación de los métodos no directos se ha llevado a cabo en la modelización del ensayo presiométrico mediante el modelo hiperbólico. El vector de parámetros del modelo elástico no lineal de Ferreira que se utiliza con el algoritmo de ajuste tipo Marquardt viene dado por $x = (\sigma_{h0}, (t/s)_{ult}, S_i, K_A^{CV})$. Tras la aplicación de dicho algoritmo de optimización se obtienen los parámetros del modelo que minimizan el valor de la función objetivo.

3.4.3.3 Métodos de Gauss-Newton. En la estimación por el método de mínimos cuadrados es preciso minimizar una función objetivo del tipo:

$$\min f(x)$$

con,

$$f(x) = r^t r = \sum_{i=1}^m r_i^2$$

donde $r = (y - y^*)$ se denomina residuo y m es el número de observaciones.

Cada residuo es igual a la diferencia entre el valor de la variable observada (y^*) y el valor de la variable calculado (y). La estimación por mínimos cuadrados de los parámetros x debe verificar que el gradiente de $f(x)$ sea nulo ($g(x)=0$) [Norton, 1988].

$$g(x) = 0 = 2 \sum_{i=1}^m r_i(x) \frac{\partial r_i(x)}{\partial x_j} = 2 \sum_{i=1}^m r_i(x) J_{ij} \quad (3.7.)$$

donde J_{ij} es la derivada parcial del residuo r_i con respecto al parámetro x_j . J se denomina matriz jacobiana de la función $f(x)$ respecto a los parámetros x y

está formada por m filas —número de datos u observaciones— y n columnas —número de parámetros x_j —.

Para localizar las raíces de las ecuaciones $g(x)=0$ se suele aplicar el método de Newton. Con dicho método el nuevo vector de parámetros x' se obtiene del siguiente modo,

$$x' = x - \frac{g(x)}{g'(x)} \quad (3.8)$$

donde $g'(x)$ es la matriz hessiana $H(x)$ cuyos elementos vienen dados por la expresión,

$$H_{kj} = 2 \sum_{i=1}^m (J_{ij} J_{ik} + r_i(x) Q_{ijk}) \quad (3.9.)$$

en la que H_{kj} es la derivada parcial de $g_k(x)$ respecto del parámetro x_j y Q_{ijk} es la derivada parcial segunda de r_i con respecto a x_j y x_k .

Como se puede apreciar la matriz hessiana viene dada por la suma de dos matrices. El primer sumando se obtiene a partir de la información de las primeras derivadas y el segundo a partir de la información de los residuos y de las derivadas segundas de los mismos.

Los métodos de Gauss-Newton aproximan la matriz hessiana únicamente por el primer sumando de (3.9.), despreciando totalmente la información que se obtiene a partir de la segunda derivada de los residuos. El método de Marquardt tiene la particularidad que además del primer sumando cuenta con una aproximación del segundo.

Como se puede apreciar los métodos de Gauss-Newton son muy parecidos a los métodos de Newton diferenciándose únicamente en el cálculo de la matriz

hessiana. En el método de Newton ésta se calcula exactamente mientras que en los métodos de Gauss-Newton se emplean aproximaciones de la misma.

3.4.3.4. Método de Marquardt. Este método se ha empleado en la determinación de los parámetros del modelo hiperbólico de Ferreira. Para ello es preciso minimizar el valor de la función objetivo. Dicha función en el problema de mínimos cuadrados se puede expresar como:

$$\min f(x) = \sum_{i=1}^m r_i^2(x) = r^T r \quad (3.10.)$$

donde f es la función objetivo, x es el vector de parámetros del modelo que se quiere determinar, m es el número de observaciones y r el residuo.

Una condición necesaria y suficiente para encontrar el mínimo de esta función es que el gradiente se anule ($g(x)=0$) y el hessiano sea definido positivo [Nash, 1987]. Aplicando en (3.10.) el método de Newton para determinar las raíces del sistema de ecuaciones (3.7.),

$$g(x) = 0 = 2 \sum_{i=1}^m r_i(x) \frac{\partial r_i(x)}{\partial x_j} = 2 \sum_{i=1}^m r_i(x) J_{ij}$$

donde J es la matriz jacobiana de la función $f(x)$ respecto a los parámetros x y está formada por m filas —número de datos u observaciones— y n columnas —número de parámetros x_j —. La obtención de las derivadas parciales de J se ha realizado en nuestro caso directamente, es decir, derivando la ecuación analítica respecto de cada uno de los parámetros. Para aplicar el método de Newton será preciso además conocer la matriz hessiana (3.9.),

$$H_{kj} = 2 \sum_{i=1}^m (J_{ij} J_{ik} + r_i(x) Q_{ijk})$$

donde según se acaba de citar en el apartado anterior, H_{kj} es la derivada parcial de $g_k(x)$ respecto del parámetro x_j y Q_{ijk} es la derivada parcial segunda de r_i con respecto a x_j y x_k . Al aproximar la matriz hessiana por el primer término de la suma en la expresión anterior ($H \approx J^T J = H'$) se obtienen las ecuaciones de Gauss-Newton:

$$J^T J t = -J^T r \quad (3.11.)$$

que permiten determinar a partir de (3.8.) la dirección de la máxima minimización ($t=x'-x$) de la función objetivo para los parámetros actuales. Una vez que se dispone de t se calcula el nuevo juego de parámetros x'_i , según la expresión siguiente:

$$x' = x + ss t$$

donde ss es el incremento de paso en la dirección t . Inicialmente se considera $ss=ss_0=1$.

Las ecuaciones de Gauss-Newton se pueden resolver como un conjunto de ecuaciones lineales donde la aproximación de la matriz hessiana ($H' = J^T J$) es definida positiva siempre que las columnas de J sean linealmente independientes. En muchos problemas prácticos se puede demostrar que esto se cumple. Sin embargo computacionalmente es difícil asegurar la independencia lineal, así como detectar la singularidad de H' .

La aportación realizada por Marquardt [1963] evita en general los problemas de singularidad de H' . Siguiendo sus postulados, la matriz hessiana se aproxima por $H' \approx J^T J + \lambda K$, y las ecuaciones de Gauss-Newton (3.11.) se transforman en:

$$(J^T J + \lambda K)t = -J^T r$$

donde K es una matriz diagonal de escalamiento y λ un escalar.

Marquardt [1963] sugería que K fuera la matriz identidad o bien la matriz formada por los elementos de la diagonal de H' . En este trabajo, siguiendo las in-

dicaciones de Nash [1977 y 1979] se ha considerado que K es una matriz diagonal cuyos elementos son los elementos de la diagonal de H' más la matriz identidad I , es decir,

$$K = (J^T J)_{jj} + I$$

Esta aproximación presenta las ventajas de tener las propiedades de escalamiento de los elementos de la diagonal de H' cuando estos son grandes, y de evitar las posibles singularidades que puedan aparecer en la resolución de las ecuaciones de Gauss-Newton cuando algunos elementos de la diagonal de H' se hacen cero como consecuencia del cálculo computacional.

En esta tesis las ecuaciones de Gauss-Newton en el contexto de Marquardt se han resuelto mediante un algoritmo de Cholesky que permite fijar ciertos parámetros y establecer intervalos válidos para cada uno de ellos. Al igual que se apuntó anteriormente, estas ecuaciones permiten determinar la dirección de máxima minimización (t), que a su vez proporciona el nuevo juego de parámetros x' . Con éstos se calcula finalmente el nuevo valor de la función objetivo $f(x')$.

3.4.3.4.1 Definición del parámetro de Marquardt (λ). La estrategia seguida para definir λ [Nash, 1987] depende si el valor de la función con los nuevos parámetros $f(x')$ es menor o mayor que su valor con los parámetros viejos $f(x)$. El proceso comienza asignando a λ un valor arbitrario en la primera iteración, en particular en este trabajo se ha asignado el valor de $\lambda=0.00004$. Si $f(x') > f(x)$ o la matriz hessiana resulta ser singular, entonces se aumenta el valor de λ multiplicándolo por 10. Por el contrario, si $f(x') < f(x)$ entonces λ se multiplica por 0.1.

Se puede demostrar que cuanto mayor es λ menor es el incremento o variación de los parámetros en la dirección del máximo gradiente. A medida que disminuye λ el incremento en la dirección del gradiente aumenta. Cerca del mínimo conviene que λ se aproxime a cero para que el método adquiera la velocidad asintótica de convergencia propia del algoritmo de Gauss-Newton, ya que en esa región $J^T J$ suele resultar definido positivo. Cuando apenas haya diferencia entre los parámetros x y $x'=x+sst$, y ya no sea posible encontrar un valor más

pequeño de la función objetivo mediante el método del gradiente, se suele aceptar la convergencia.

3.4.3.4.2 Restricciones explícitas o intervalos de variación de los parámetros. A la hora de minimizar la función objetivo no se puede perder de vista que los parámetros que definen el modelo hiperbólico deben tener siempre un sentido físico, es decir deben ser realistas. Es por ello por lo que a cada parámetro se le da un intervalo posible de variación determinado a partir de los ensayos previos en laboratorio; hasta el punto que la información previa disponible haga que alguno de ellos pueda considerarse fijo. Si esto no se tuviese en cuenta podrían aparecer mínimos en la función objetivo correspondientes a parámetros que físicamente inaceptables.

Para evitar que se viole alguna restricción (Nash, 1987), es decir, que aparezcan valores de los parámetros fuera de sus intervalos de variación, y asumiendo que la dirección de búsqueda (t) es aquella en la que el tamaño de paso o incremento (ss) es positivo, se puede determinar cuál es el incremento máximo que a partir del parámetro x_i , a lo largo de la dirección t_i , permite encontrar un nuevo parámetro que no viole las restricciones. Es decir, si:

$$x_{i,inf} \leq x_i + ss * t_i \leq x_{i,sup}$$

entonces existen tres posibilidades para cada parámetro:

- $t_i = 0$, en cuyo caso no hay restricción sobre el parámetro x_i .
- $t_i > 0$, en cuyo caso sólo es restrictivo el límite superior ($x_{i,sup}$), siendo el límite del incremento $ss \leq (x_{i,sup} - x_i) / t_i$.
- $t_i < 0$, en cuyo caso es restrictivo únicamente el límite inferior ($x_{i,inf}$), siendo el límite del incremento $ss \leq (x_{i,inf} - x_i) / t_i$.

Por otro lado se sabe que la dirección de búsqueda que es igual a la contraria del gradiente de una función, indica la dirección en la que la función se reduce más rápidamente ($t=-g(x)$). Por tanto, cuando está activa la condición superior ($x_{i,sup}$) la correspondiente componente del gradiente es negativa ($g_i < 0$), y cuando está activa la condición inferior ($x_{i,inf}$) la correspondiente componente del

gradiente es positiva ($g_i > 0$). En la Figura 3.12 se puede apreciar el signo del gradiente dependiendo de qué condición esté activa.

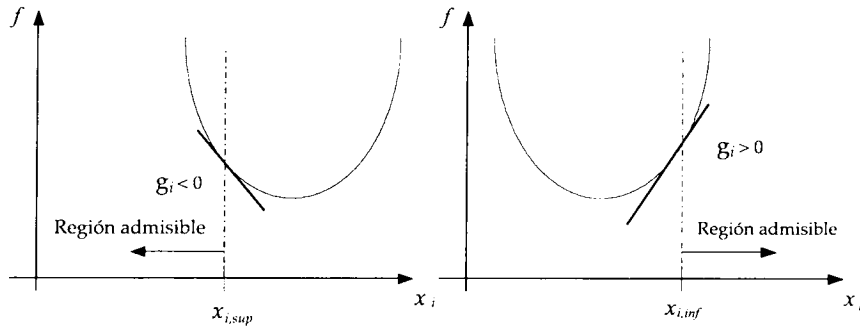


Figura 3.12. Signo del gradiente dependiendo de la condición activa.

3.4.3.4.3 Escalamiento de los parámetros. Computacionalmente es recomendable que los valores de los parámetros (x_i) que definen la función se encuentren dentro de un mismo rango. Para ello antes de comenzar la ejecución del algoritmo se escalan de modo que todos ellos se encuentren dentro de un mismo orden de magnitud (por ejemplo entre 0 y 10). Una vez ejecutado el algoritmo de minimización se desescalan y se obtiene el nuevo juego de parámetros que minimiza la función objetivo. Cuando los parámetros no están escalados puede ocurrir que la información que contiene alguno de ellos se pierda al combinarse números de magnitudes muy diferentes.

3.4.3.4.4 Ventajas del método de Marquardt. Como se acaba de mencionar, cuando el parámetro λ tiende a cero la dirección de búsqueda del mínimo tiende a la de Gauss-Newton. Sin embargo aunque el algoritmo de Marquardt es de convergencia más lenta que el de Gauss-Newton proporciona una seguridad mayor de convergencia. Es decir, cuando el vector inicial o punto de partida se encuentra lejos del mínimo, el algoritmo de Gauss-Newton puede dar lugar a incrementos demasiado grandes que conduzcan a regiones con valores superiores de la función objetivo. En esos casos la limitación automática del tamaño de paso (ss) y la modificación en la dirección de búsqueda (t) son propiedades muy útiles del algoritmo de Marquardt. En la Figura 3.13 se presenta un algoritmo completo del método de minimización de Marquardt.

Por otro lado el algoritmo de Marquardt no requiere el cálculo de las derivadas segundas que suele ser siempre muy costoso, y la aproximación de la matriz hessiana está mejor condicionada que la empleada por el método de Gauss-Newton.

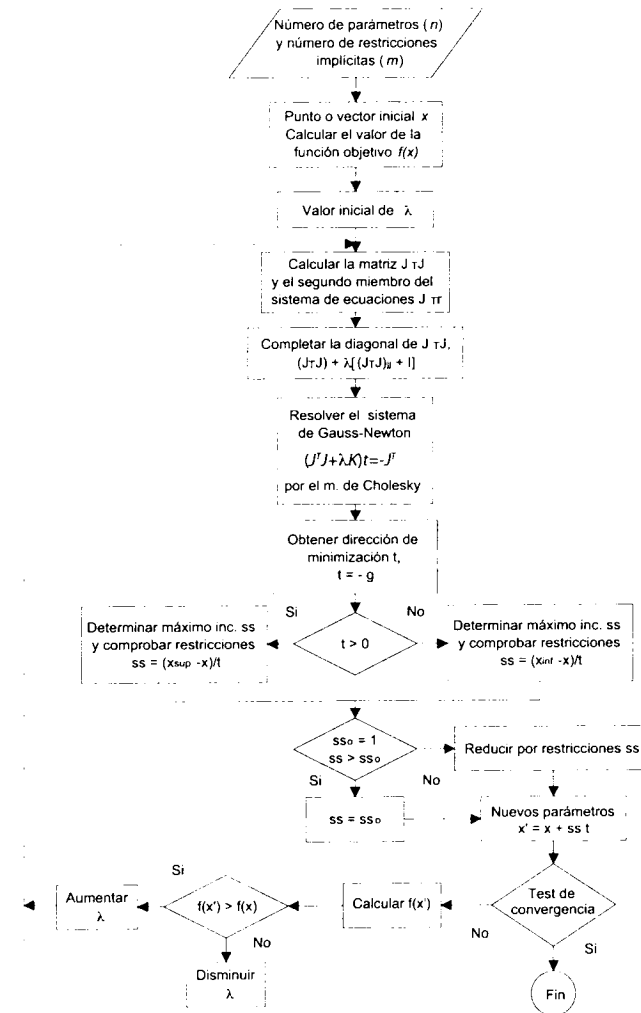


Figura 3.13. Algoritmo de Marquardt.

3.4.4 Estimación de la dispersión paramétrica

3.4.4.1 Introducción. Una vez que se ha logrado minimizar la función objetivo y obtenido el juego de parámetros óptimo interesa conocer si realmente es buena la estimación que se ha llevado a cabo, o cuál es su grado de bondad. Es decir, cuál es la variabilidad o incertidumbre de los parámetros estimados con respecto a los parámetros verdaderos no conocidos. En concreto, la dispersión de los parámetros estimados puede tener un significado importante dependiendo si éstos se van a emplear o no en la toma de decisiones.

3.4.4.2 Método general. Se va a suponer que se puede describir de un modo adecuado la distribución de los errores de medida y de las perturbaciones numéricas —errores de redondeo— y que por tanto, se puede conocer una estimación de su magnitud. De este modo, al disponer de una distribución estadística de los errores cometidos en los datos observados va a ser posible conocer una medida de la distribución de los parámetros x . En general la estimación de la distribución de los parámetros es bastante difícil por lo que normalmente, se suele acudir a ciertas aproximaciones.

Cuando se trabaja con un modelo lineal, el residuo viene dado por la expresión,

$$r(x) = Hx - y^* = y - y^*$$

donde $r(x)$ es el residuo entre el valor de la modelización lineal ($Hx=y$) y el valor observado (y^*). Si se considera que los errores de observación están concentrados en el vector ($y^*=y_{ver}+error$), — y_{ver} son los valores verdaderos— que son independientes entre sí y que presentan la misma distribución —distribución normal—, entonces se obtiene una expresión de la varianza de los parámetros estimados $V(x)$ a partir de la varianza de los errores de medida (s^2) [Nash, 1987],

$$V(x_i) = s^2(H^T H)_{ii}^{-1}$$

donde la varianza de los errores de medida (s^2) se representa por la estimación siguiente,

$$s^2 = r^T r / (m - n) \quad (3.12.)$$

donde m es el número de datos u observaciones y n el número de parámetros del modelo.

Suponiendo que el residuo fuera nulo, la estimación de los parámetros x viene dada por:

$$x = (H^T H)^{-1} H^T y^*$$

que como se puede apreciar es lineal en y^* . Si la distribución de los errores de medida es Gaussiana implicará que la distribución de los parámetros estimados también lo es.

En el caso de trabajar con el problema no lineal de mínimos cuadrados también se pueden seguir las ideas que se acaban de mencionar. Para ello a partir de la linealización del problema mediante las ecuaciones de Gauss-Newton (3.11.) se puede definir la dispersión de los parámetros estimados mediante la matriz $V(x)$,

$$V(x_i) = s^2 (J^T J)_{ii}^{-1}$$

donde J es la matriz jacobiana y s^2 viene dada por (3.12.) con residuos r no lineales. En el caso de existir parámetros fijos la expresión de s^2 es la siguiente,

$$s^2 = r^T r / (m - n + n_f)$$

donde n_f es el número de parámetros que permanecen fijos.

Normalmente no se calcula la matriz $V(x)$ por entero sino únicamente su diagonal principal [Nash, 1987]. Es decir, el elemento i,i de la matriz $V(x)$ proporciona la varianza del parámetro x_i . Por otro lado, a la raíz cuadrada de cada uno de los elementos de la diagonal principal se le denomina error estándar o desviación típica del parámetro correspondiente.

Además se puede calcular la matriz de correlación de los parámetros (COOR(x)):

$$COOR(x) = Q(x)^T V(x) Q(x)$$

donde la matriz $Q(x)$ es una matriz diagonal que tiene como elementos el recíproco de la raíz cuadrada de los elementos de la diagonal de $V(x)$.

Estas son algunas de las aproximaciones que existen para estimar cuáles son los intervalos de confianza de cada uno de los parámetros, es decir, regiones del espacio de los parámetros donde éstos se pueden encontrar con una determinada probabilidad. La linealización de problemas no lineales proporciona medidas de la dispersión de los parámetros de las que se pueden deducir los intervalos de confianza correspondientes.

3.4.4.2.1 Radio de curvatura. Una de las posibilidades para conocer una estimación de la dispersión de cada parámetro, cuando no se conoce la estructura de la función objetivo empleada en la estimación, es la búsqueda a lo largo del eje de cada parámetro para determinar el radio de curvatura y el ángulo θ (Figura 3.14). Este método proporciona una medida de la dispersión bastante tosca.

Para funciones objetivo en general, se pueden considerar indicadores muy sencillos de la dispersión de los parámetros estimados. Uno de los más sencillos y que permite estudiar la sensibilidad de la función objetivo ante pequeñas variaciones en cada uno de los parámetros del modelo, es el denominado método de búsqueda axial. Dicha búsqueda se lleva a cabo evaluando la función objetivo en el punto x y en los puntos $x - inc(i)$ y $x + inc(i)$, es decir,

$$f(x), f(x-inc(i)), f(x+inc(i))$$

en la que $inc(i)$ es un incremento para cada parámetro x_i dado por una expresión del tipo,

$$inc(i) = K |x(i)| + K$$

donde K hace referencia a la precisión de la máquina con la que se esté trabajando.

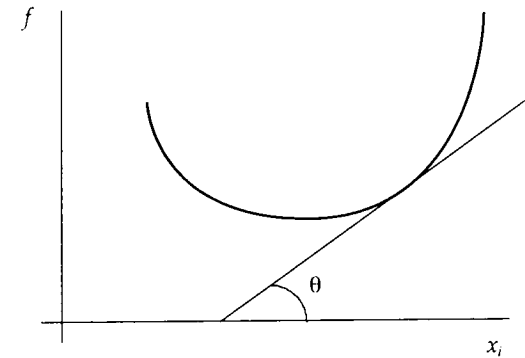


Figura 3.14. Curvatura de una curva plana.

De este modo, al evaluar la función objetivo en cada uno de esos nuevos puntos a lo largo del eje de cada parámetro se obtiene la información siguiente:

- La sensibilidad de la función objetivo a lo largo del eje de cada parámetro.
- La simetría de la función objetivo alrededor de la solución estimada.

El modo concreto de llevar a cabo esta búsqueda axial es definir en el punto de solución, mediante un modelo cuadrático —dos veces diferenciable—, una superficie que da lugar a una parábola a lo largo del eje de cada parámetro. Llamando $f(0)$, $f(-)$, $f(+)$ a los valores de la función en los tres puntos considerados para el eje de cada parámetro se tiene,

$$f(x) = f(0) = a$$

$$f(x - inc(i)) = f(-) = a - bK + cK^2$$

$$f(x + inc(i)) = f(+) = a + bK + cK^2$$

donde los coeficientes a , b y c vendrán dados por

$$a = f(0)$$

$$b = (f(+) - f(-)) / (2K)$$

$$c = (f(+) + f(-) - 2f(0)) / (2K^2)$$

Como b y c son en realidad la derivada primera y segunda respectivamente de la aproximación parabólica de f , se puede definir la curvatura k de la curva [Protter *et al*, 1964]:

$$k = \left| \frac{d\theta}{ds} \right| = \frac{|f''|}{(1+f'^2)^{3/2}}$$

como,

$$k = \frac{|c|}{(1+b^2)^{3/2}}$$

donde s es el arco de la curva.

Normalmente se suele trabajar más con el recíproco de la curvatura, es decir, con el radio de curvatura ρ ,

$$\rho = (1+b^2)^{3/2} / |c|$$

de tal modo que a menor radio de curvatura mayor curvatura y viceversa.

Para calcular el ángulo de inclinación θ en grados basta con aplicar la relación siguiente $\theta = -\arctang(f') = -\arctang(b)$, de tal modo que en las proximidades de las restricciones superiores e inferiores θ estará respectivamente próximo a -90 y 90 grados. Por otro lado cuando la función objetivo es simétrica respecto a la solución estimada se tendrá que $b = 0$.

3.4.4.3 Método de Jackknife. Cuando no se dispone de información a cerca de las derivadas de la función objetivo, como sucede en los métodos de búsqueda directa, es preciso obtener información de la dispersión de los parámetros a partir únicamente de los valores de la función. Existen diferentes técnicas [Efron, 1982] que afrontan este problema. Entre ellas se pueden citar la de jackknife y la de bootstrap [Efron, 1997].

En este trabajo de tesis se ha considerado el método de jackknife o método de la navaja. Dicho método consiste en suprimir uno o varios datos del conjunto

de datos observados y calcular los parámetros correspondientes. Es decir, si se omite la observación i -ésima se obtendrá una estimación x_i del juego de parámetros x . Si el número total de observaciones es m , procediendo de igual modo se obtendrán m juegos de parámetros distintos. Con ellos y con el juego de parámetros obtenido con todos los datos observados se obtiene una estimación de la varianza de los n parámetros —debida a John Tukey [Efron, 1982]— de nuestro modelo que viene dada por la expresión,

$$V(x) = \frac{(m-1)}{m} \sum_{i=1}^m (x_i - x)^2$$

donde $(x_i - x)$ es la diferencia entre los parámetros obtenidos (x_i) omitiendo la observación i -ésima y los obtenidos (x) considerando todos los datos observados.

Por último, decir que la raíz cuadrada de cada una de las componentes de $V(x)$ podrá ser comparada de algún modo con la desviación típica correspondiente a cada parámetro obtenida con un análisis de incertidumbre de un método indirecto.

3.4.5 Problemática inherente al proceso de minimización

La determinación del mínimo de una función plantea una serie de problemas que se deben tener en cuenta, y que van más allá de la aplicación simple de un algoritmo de minimización. Así por ejemplo desde un punto de vista teórico pueden aparecer problemas de unicidad, de existencia y de estabilidad.

La unicidad tiene que ver con el hecho de que puede haber más de un vector de parámetros que permita obtener el mínimo global de la función objetivo. La existencia se refiere a que no tiene por qué haber necesariamente un conjunto de parámetros que minimicen la función, y el problema de la estabilidad se plantea cuando, suponiendo que se cumplan los postulados de unicidad y existencia, pequeñas variaciones en los datos observados dieran lugar a parámetros muy diferentes.

En realidad, desde un punto de vista práctico, el problema que se plantea normalmente es la posibilidad de existencia de mínimos locales. Es decir, el algo-

ritmo de minimización no tiene por qué detenerse en el mínimo global, supuesto único. Puede detenerse también en mínimos locales. Esta situación no es fácil de detectar por la mayoría de los algoritmos de optimización. Existen algunos algoritmos, véase los algoritmos de recocido simulado o los algoritmos genéticos que buscan detenerse únicamente en el mínimo global de la función objetivo.

3.5 APLICACIÓN DE LAS TÉCNICAS NUMÉRICAS DE OPTIMIZACIÓN AL MODELO DE FERREIRA

El modelo de Ferreira (apartado 2.3.1), ha sido el modelo de comportamiento que más se ha empleado en el desarrollo de esta tesis a la hora de modelizar el comportamiento de las arenas del Ticino durante el transcurso de los ensayos presiométricos drenados en celda de calibración. Con él se ha llevado a cabo la minimización de la función objetivo mediante distintas técnicas de optimización. Concretamente se ha empleado con el método no directo de Marquardt, y con los métodos directos del Complex y de Recocido Simulado.

Para determinar los parámetros del modelo hiperbólico de Ferreira ($\underline{x}=(\sigma'_{ho}, (t/s)_{ult}, S_i, K_A^{CV})$, apartado 3.4.2.2) es preciso definir y minimizar una función objetivo. La función objetivo considerada en este caso procede de la estimación por el método de mínimos cuadrados, como caso particular del método de máxima verosimilitud (apartado 3.3.2). Por tanto, dicha función está formada por una suma de m términos al cuadrado, tantos como el número de datos experimentales que estén disponibles en cada curva de carga. Cada uno de los términos de esa suma se llama residuo (r) y cada residuo —para el modelo de Ferreira— es igual a la diferencia entre el valor medido experimentalmente de la presión efectiva (p^*) y el calculado (p). Es decir,

$$f(x) = \sum_{i=1}^m r_i^2(x) = r^t r = (p^* - p)^t (p^* - p)$$

A la hora de minimizar esta función objetivo por el método de Marquardt (apartado 3.4.3.4) ha sido preciso calcular las derivadas respecto a cada uno de los parámetros del modelo de Ferreira de la ecuación analítica de un

ensayo presiométrico drenado durante la fase de carga (2.6.). Las derivadas obtenidas se indican a continuación en las Figuras 3.15, 3.16, 3.17 y 3.18, donde el parámetro σ'_{ho} se representa por sig , S_i por si , K_A^{CV} por ka y $(t/s)_{ult}$ por ts .

$$\delta p / \delta sig = \left(1 + \frac{(1+ts) si def}{ts} \right) \left[\frac{\left(2 \frac{si (1+ts)}{ts} - 2 + 2 \frac{1-ts}{ka (1+ts)} \right) ts^2}{si (1+ts)^2 \left(1 + \frac{1-ts}{ka (1+ts)} \right)} \right] e^{\left(2 \frac{\left(1 - \frac{1-ts}{ka (1+ts)} \right) def ts}{(1+ts) \left(1 + \frac{1-ts}{ka (1+ts)} \right)} \right)}$$

Figura 3.15. Derivada de p con respecto a sig.

$$\delta p / \delta si = sig \left(1 + \frac{(1+ts) si def}{ts} \right) \left[\frac{\left(2 \frac{si (1+ts)}{ts} - 2 + 2 \frac{1-ts}{ka (1+ts)} \right) ts^2}{si (1+ts)^2 \left(1 + \frac{1-ts}{ka (1+ts)} \right)} \right] \left\{ \frac{\left(2 \frac{ts}{(1+ts) si \left(1 + \frac{1-ts}{ka (1+ts)} \right)} - \frac{\left(2 \frac{si (1+ts)}{ts} - 2 + 2 \frac{1-ts}{ka (1+ts)} \right) ts^2}{si^2 (1+ts)^2 \left(1 + \frac{1-ts}{ka (1+ts)} \right)} \right)}{\ln \left(1 + \frac{(1+ts) si def}{ts} \right) + \frac{\left(2 \frac{si (1+ts)}{ts} - 2 + 2 \frac{1-ts}{ka (1+ts)} \right) ts def}{si (1+ts) \left(1 + \frac{1-ts}{ka (1+ts)} \right) \left(1 + \frac{(1+ts) si def}{ts} \right)}} \right\} e^{\left(2 \frac{\left(1 - \frac{1-ts}{ka (1+ts)} \right) def ts}{(1+ts) \left(1 + \frac{1-ts}{ka (1+ts)} \right)} \right)}$$

Figura 3.16. Derivada de p con respecto a si.

$$\delta p / \delta k a = s i g \left(1 + \frac{(1+ts) s i d e f}{ts} \right) \left\{ \frac{\left(2 \frac{s i (1+ts) - 2 + 2 \frac{1-ts}{k z (1+ts)}}{ts} \right) t s^2}{s i (1+ts)^2 \left(1 + \frac{1-ts}{k z (1+ts)} \right)} \right\} \\ - 2 \frac{(1-ts) t s^2}{k a^2 (1+ts)^3 s i \left(1 + \frac{1-ts}{k a (1+ts)} \right)} \\ + \left(\frac{2 \frac{s i (1+ts) - 2 + 2 \frac{1-ts}{k z (1+ts)}}{ts} t s^2 (1-ts)}{s i (1+ts)^3 \left(1 + \frac{1-ts}{k z (1+ts)} \right)^2 k z^2} \right) \ln \left(1 + \frac{(1+ts) s i d e f}{ts} \right) \\ e^{\left(2 \frac{\left(1 - \frac{1-ts}{k a (1+ts)} \right) d e f t s}{(1+ts) \left(1 + \frac{1-ts}{k a (1+ts)} \right)} \right) + s i g} \\ \left(\frac{\left(2 \frac{s i (1+ts) - 2 + 2 \frac{1-ts}{k a (1+ts)}}{ts} \right) t s^2}{s i (1+ts)^2 \left(1 + \frac{1-ts}{k z (1+ts)} \right)} \right) \\ \left(1 + \frac{(1+ts) s i d e f}{ts} \right) \\ \left(2 \frac{(1-ts) d e f t s}{k a^2 (1+ts)^2 \left(1 + \frac{1-ts}{k z (1+ts)} \right)} + 2 \frac{\left(1 - \frac{1-ts}{k a (1+ts)} \right) d e f t s (1-ts)}{(1+ts)^2 \left(1 + \frac{1-ts}{k z (1+ts)} \right)^2 k z^2} \right) \\ e^{\left(2 \frac{\left(1 - \frac{1-ts}{k z (1+ts)} \right) d e f t s}{(1+ts) \left(1 + \frac{1-ts}{k z (1+ts)} \right)} \right)}$$

Figura 3.17. Derivada de p con respecto a ka.

$$\delta p / \delta t s = s i g \left(1 + \frac{(1+ts) s i d e f}{ts} \right) \left\{ \frac{\left(\frac{{}^0 a_1 t s^2}{s i (1+ts)^2 \left(1 + \frac{1-ts}{k a (1+ts)} \right)} \right)}{s i (1+ts)^2 \left(1 + \frac{1-ts}{k z (1+ts)} \right)} \right\} \\ \left(2 \frac{s i}{ts} - 2 \frac{s i (1-ts)}{ts^2} - 2 \frac{1}{k z (1+ts)} - 2 \frac{1-ts}{k a (1+ts)^2} \right) t s^2 \\ s i (1+ts)^2 \left(1 + \frac{1-ts}{k z (1+ts)} \right) \\ - 2 \frac{{}^0 a_1 t s^2}{s i (1+ts)^3 \left(1 + \frac{1-ts}{k a (1+ts)} \right)} + 2 \frac{{}^0 a_1 t s}{s i (1+ts)^2 \left(1 + \frac{1-ts}{k z (1+ts)} \right)} \\ - \frac{{}^0 a_1 t s^2 \left(\frac{1}{k a (1+ts)} - \frac{1-ts}{k a (1+ts)^2} \right)}{s i (1-ts)^2 \left(1 + \frac{1-ts}{k z (1+ts)} \right)^2} \ln \left(1 + \frac{(1+ts) s i d e f}{ts} \right) \\ + \frac{{}^0 a_1 t s^2 \left(\frac{s i d e f}{ts} - \frac{(1+ts) s i d e f}{ts^2} \right)}{s i (1+ts)^2 \left(1 + \frac{1-ts}{k a (1+ts)} \right) \left(1 + \frac{(1+ts) s i d e f}{ts} \right)} \\ e^{\left(2 \frac{\left(1 - \frac{1-ts}{k z (1+ts)} \right) d e f t s}{(1+ts) \left(1 + \frac{1-ts}{k z (1+ts)} \right)} \right) + s i g} \\ \left(1 + \frac{(1+ts) s i d e f}{ts} \right) \left\{ \frac{{}^0 a_1 t s^2}{s i (1+ts)^2 \left(1 + \frac{1-ts}{k z (1+ts)} \right)} \right\} \\ 2 \frac{\left(\frac{1}{k z (1-ts)} + \frac{1-ts}{k z (1+ts)^2} \right) d e f t s}{(1+ts) \left(1 + \frac{1-ts}{k z (1+ts)} \right)} - 2 \frac{\left(1 - \frac{1-ts}{k a (1+ts)} \right) d e f t s}{(1+ts)^2 \left(1 + \frac{1-ts}{k z (1+ts)} \right)} \\ + 2 \frac{\left(1 - \frac{1-ts}{k z (1+ts)} \right) d e f}{(1+ts) \left(1 + \frac{1-ts}{k a (1+ts)} \right)} \\ - 2 \frac{\left(1 - \frac{1-ts}{k a (1+ts)} \right) d e f t s \left(- \frac{1}{k z (1+ts)} - \frac{1-ts}{k z (1+ts)^2} \right)}{(1+ts) \left(1 + \frac{1-ts}{k z (1+ts)} \right)^2} \\ e^{\left(2 \frac{\left(1 - \frac{1-ts}{k a (1+ts)} \right) d e f t s}{(1+ts) \left(1 + \frac{1-ts}{k z (1+ts)} \right)} \right)}$$

Donde ${}^0 a_1 = 2 \frac{s i (1+ts) - 2 + 2 \frac{1-ts}{k z (1+ts)}}{ts}$

Figura 3.18. Derivada de p con respecto a ts.

Una vez obtenidas dichas derivadas se han programado e implementado dentro del programa de Marquardt, cuyo algoritmo se encuentra en la Figura 3.13. El test de convergencia que emplea este programa es un test de igualdad en función de la precisión de la máquina ($1.E^{-8}$), es decir, cuando el vector de parámetros nuevos (\underline{x}') es "igual" al vector óptimo anterior (\underline{x}) el programa se detiene al no poder encontrar un valor más pequeño de la función objetivo.

El proceso de minimización de la función objetivo por el método del Complex (apartado 3.4.2.4) queda reflejado en la Figura 3.8. En este caso el test de convergencia se realiza estudiando dos magnitudes, la desviación estándar (σ) de los valores de la función objetivo en los vértices del complex y la distancia máxima (d_m) entre dos vértices cualquiera del complex. Concretamente los valores considerados en cada caso son los siguientes: $\sigma = 1.E^{-10}$ y $d_m = 1.E^{-8}$. Es decir, cuando σ es menor que $1.E^{-10}$ y d_m menor que $1.E^{-8}$ entonces el proceso finaliza, obteniéndose el correspondiente vector de parámetros óptimos y el menor valor de la función objetivo.

En último lugar se ha minimizado la función objetivo descrita a partir del método de Recocido Simulado (apartado 3.4.2.5). En la Figura 3.11 se presenta el algoritmo del método de Recocido Simulado basado en el Simplex, que ha sido el que se ha aplicado en la presente memoria. En este caso la convergencia del proceso acontece el valor más alto de la función (y_{hi}) en el simplex y el valor más bajo (y_{lo}) verifican la siguiente expresión:

$$2 \frac{|y_{hi} - y_{lo}|}{|y_{hi}| + |y_{lo}|} < 1.E^{-8}$$

3.6 APLICACIÓN DE LAS TÉCNICAS NUMÉRICAS DE OPTIMIZACIÓN AL MODELO DE DRUCKER-PRAGER

La metodología desarrollada en esta tesis se ha aplicado también modelizando el comportamiento de la arena en el ensayo presiométrico con el modelo elastoplástico de Drucker-Prager (apartado 2.4). El vector de parámetros característicos del modelo viene dado por $\underline{x}=(E, \nu, K, \phi)$, apartado 3.4.2.2). En este caso la minimización de la función objetivo se ha llevado a cabo única-

mente con el método Complex con las mismas características descritas en el apartado 3.5.

La función objetivo considerada es semejante a la descrita para el modelo de Ferreira con la única diferencia que los valores que se consideran son los de las deformaciones en lugar de los valores de las presiones. Es decir, dicha función está formada por una suma de m términos al cuadrado, donde cada uno de esos términos (r) es igual a la diferencia entre el valor medido experimentalmente de la deformación de la cavidad (ϵ^*) y el calculado (ϵ'). Por tanto,

$$f(x) = \sum_{i=1}^m r_i^2(x) = r^t r = (\epsilon^* - \epsilon')^t (\epsilon^* - \epsilon')$$

Con el modelo de Drucker-Prager se ha modelizado el ensayo presiométrico de dos modos: uno modelizando la mitad del recinto donde tiene lugar el experimento, es decir, la celda de calibración con un total de 465 elementos axisimétricos de 4 nodos (Figura 3.19), y otro modelizando únicamente su parte central con solo una fila de 17 elementos axisimétricos de 8 nodos (Figura 3.20). Los resultados que se presentan en este trabajo corresponden a la segunda modelización en la que se consideran condiciones de deformación plana. En ésta la carga se produce uniformemente a lo largo de la cara interior de la celda de calibración. En el nodo central de dicha cara se mide el desplazamiento radial. El resto de las condiciones en el contorno son desplazamiento libre en la cara exterior del mallado y desplazamiento vertical nulo en las caras superior e inferior de los elementos.

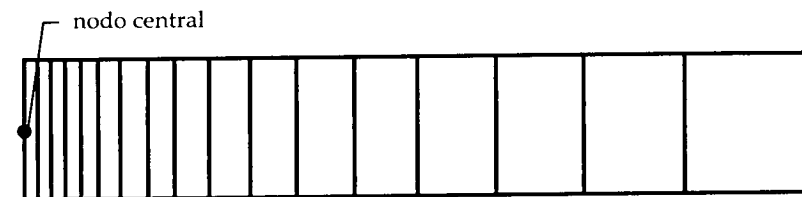


Figura 3.19. Mallado de 17 elementos.

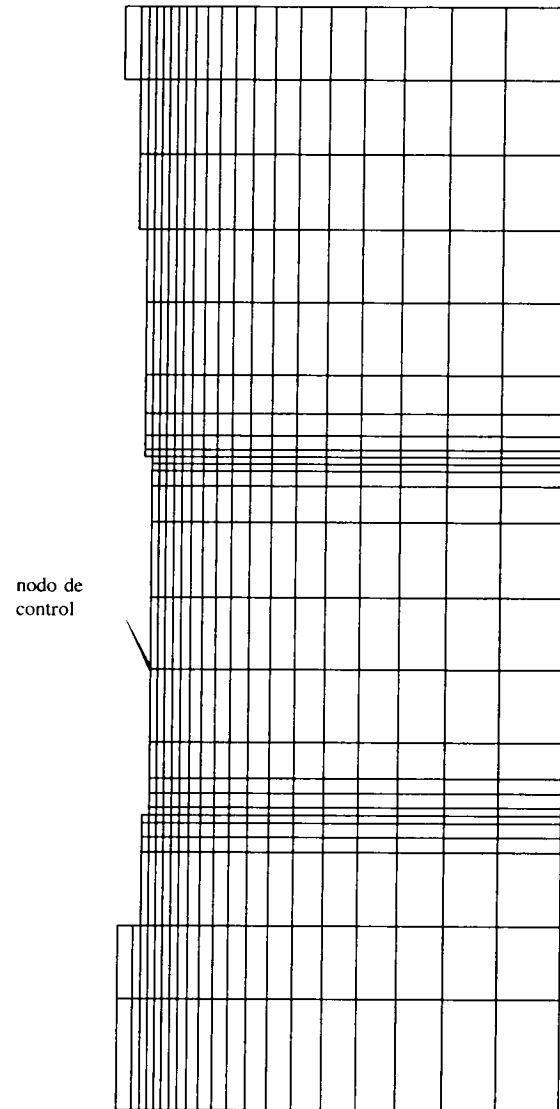


Figura 3.20. Mallado de 465 elementos.

3.7 CONCLUSIÓN

La finalidad de este capítulo ha sido desarrollar la metodología presentada en el capítulo II. A partir de un modelo de material adecuado se llevan a cabo simulaciones que permiten definir una función objetivo a partir de la comparación de la respuesta experimental —variables medidas— con las respuestas del modelo considerado —variables calculadas—.

La formulación probabilista del método de máxima verosimilitud permite definir una función objetivo que incluye, la información previa sobre los parámetros del modelo. De este modo el proceso de identificación emplea toda la información disponible por lo que se obtendrán, al final del mismo, unos parámetros bastante realistas que caracterizarán el comportamiento del material en las condiciones del ensayo. En realidad en el presente trabajo se ha considerado una función objetivo procedente de la estimación por el método de mínimos cuadrados, como un caso particular del método de máxima verosimilitud.

Dependiendo del modelo empleado —ley hiperbólica, ley elastoplástica— se tendrán diferentes juegos de parámetros que caracterizarán el medio. Para determinar esos parámetros, cuyos valores se sabe que son fijos pero desconocidos, se debe maximizar la verosimilitud de una hipótesis o bien minimizar la denominada función soporte. Esta última ha sido la que se ha tomado aquí como función objetivo.

En el presente capítulo se han descrito diferentes métodos de optimización que permiten encontrar los parámetros que minimizan la función objetivo descrita, y que caracterizan mejor el modelo de comportamiento de las arenas en los ensayos presiométricos. Básicamente se han descrito el método no directo de Marquardt y los métodos directos Simplex, Complex y Recocido Simulado. También se han presentado distintas técnicas que permiten obtener información acerca de la dispersión de los parámetros obtenidos con cada método de optimización.

El objetivo final de un proceso de optimización es encontrar el mínimo global dentro de la región de variación de parámetros permitida. Por este motivo el hecho de considerar el método del Recocido Simulado permite conocer si la

función es fuertemente convexa, en cuyo caso no habrá apenas diferencia entre los mínimos encontrados por los diferentes métodos citados, o bien si la función objetivo presenta varios mínimos, en cuyo caso el mínimo obtenido por el método del Recocido Simulado será diferente, en principio menor, que el obtenido por el resto de los métodos descritos.

4. Aplicación a ejemplos sintéticos

4.1 INTRODUCCIÓN

Con el fin de demostrar la validez de los algoritmos y el correcto funcionamiento de los códigos desarrollados se presentan en este capítulo una serie de ejemplos sintéticos de caracterización realizados bajo las mismas condiciones geométricas y de contorno que los experimentos reales que se analizan en el siguiente capítulo.

Todos los ellos simulan ensayos presiométricos drenados realizados en celda de calibración con arenas ficticias. En ellos sólo se tendrá en cuenta la fase de carga. Por tanto, la respuesta de cada uno de estos ensayos va a venir dada por una única curva presión-deformación, sobre la pared de la cavidad presiométrica.

Todos los ejemplos se han tratado con los diferentes algoritmos presentados, y con los dos modelos de comportamiento elegidos, el modelo elástico no lineal de Ferreira y el modelo elastoplástico de Drucker-Prager. En el caso de la modelización de Drucker-Prager se ha analizado el efecto de los diferentes tipos de mallado y de elementos finitos utilizados.

Además, con el fin de estudiar la influencia de los errores en las medidas, a los datos iniciales de la presión del ensayo ficticio se ha sumado una cantidad aleatoria. Dicha cantidad resulta del producto de un número aleatorio comprendido entre 0 y 1 por la precisión del presiómetro respecto la presión, que es de ± 10 Kpa. La variabilidad de los parámetros obtenidos tras el proceso de minimización han permitido analizar la influencia de dichos errores de medida en la estimación paramétrica. Por otro lado, se ha estu-

diado la influencia de los valores iniciales de los parámetros y del intervalo de variación —restricciones explícitas— de cada uno de ellos en el proceso iterativo de solución del problema inverso planteado.

También es objeto de estudio la influencia de escalar o no los parámetros del modelo. Cuando los parámetros no están escalados puede ocurrir que la información que contiene alguno de ellos se pierda al combinarse números de magnitudes muy diferentes, llevando a resultados erróneos. Por tanto suele ser recomendable que los valores de los parámetros que definen el modelo de comportamiento se encuentren dentro de un mismo rango. Para ello antes de la ejecución de cada uno de los algoritmos se escalan de modo que todos ellos se encuentren por ejemplo entre 1 y 10. Una vez ejecutado el algoritmo se desescalán y se obtiene el juego de parámetros del modelo que minimiza la función objetivo.

En cada uno de los ejemplos sintéticos analizados se ha llevado a cabo un análisis de incertidumbre de los resultados obtenidos que ha permitido saber cuáles son los parámetros más fiables en cada uno de los procesos de minimización de la función objetivo que se han realizado.

Hay que señalar que se ha podido realizar un estudio más completo del comportamiento de los diferentes algoritmos de minimización de la función objetivo con el modelo de comportamiento de Ferreira del ensayo presiométrico, debido a su carácter de solución analítica y a la facilidad y rapidez con la que se obtienen nuevos parámetros del medio. En el caso de modelizar el comportamiento de las arenas con una ley como la de Druker-Prager, los cálculos son más tediosos y el tiempo de ejecución requerido mucho mayor. Este hecho no afecta tanto a la metodología de caracterización desarrollada (Figura 4.1), que funciona con independencia del modelo considerado, como a la modelización del comportamiento del material.

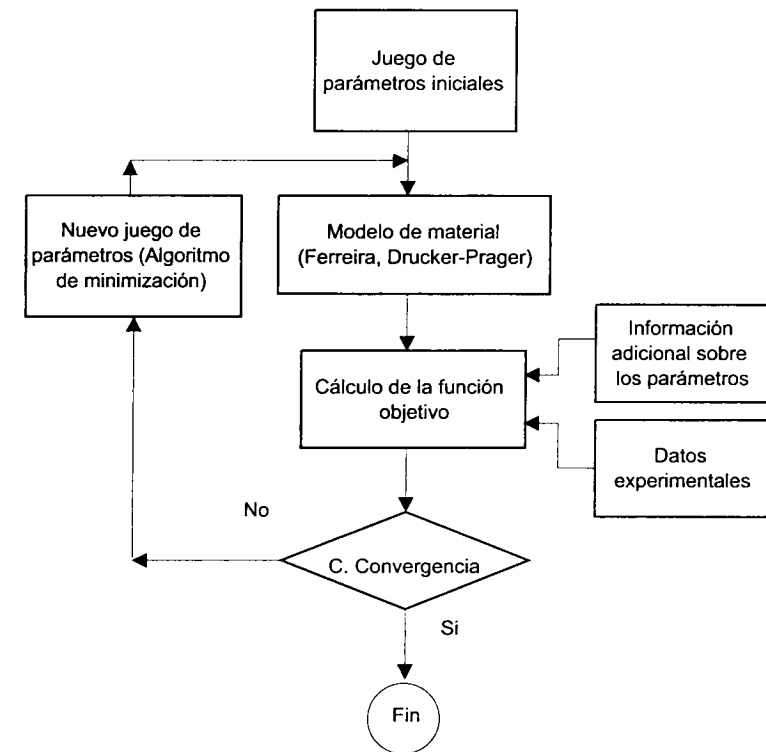


Figura 4.1. Organigrama de la metodología desarrollada.

Por último comentar que todos los cálculos que se presentan en este capítulo y en el siguiente se han realizado en un PC con un procesador Pentium a 166 MHz.

4.2 DESCRIPCIÓN DEL ENSAYO SINTÉTICO

El ejemplo que se analiza a continuación corresponde a un hipotético ensayo presiométrico drenado en celda de calibración con un tipo de arena caracterizada por un juego de parámetros conocidos y realistas. Las presiones aplicadas sobre dicha muestra corresponden con una historia de carga de un ensayo real.

La metodología seguida para el estudio de dicho ejemplo consiste, en primer lugar, en simular directamente el comportamiento de la arena caracterizada por un valor de los parámetros ya sea con el modelo de Ferreira o con el Drucker-Prager, es decir, consiste en resolver el problema directo. En segundo lugar, partiendo únicamente de la información suministrada por la simulación directa del experimento —curva de carga—, se analiza si es posible encontrar el juego de parámetros inicial que caracterizaban la arena ficticia, es decir, resolver el problema inverso. En esta segunda etapa se aborda el problema inverso partiendo de distintos juegos de parámetros iniciales junto con diferentes intervalos de variación para cada uno de los parámetros del modelo considerado. Al analizar cada una de estas situaciones con los algoritmos de minimización presentados en el capítulo anterior, se sacan conclusiones de cuál resulta en cada caso más ventajoso. Es decir, cuál es el algoritmo que permite encontrar el juego de parámetros que más se aproxima al juego de parámetros “reales” de la arena ficticia, o bien con qué algoritmo se obtiene el menor valor de la función objetivo.

La respuesta suministrada por cada uno de los algoritmos de optimización se representa en gráficas presión-deformación. En el eje de ordenadas se representa la presión en la pared de la cavidad presiométrica en kilopascales (KPa), y en el eje de abscisas el tanto por ciento sobre la deformación tangencial unitaria sufrida por la pared de la cavidad. De este modo resulta sencillo comparar y analizar las respuestas obtenidas para varios valores de los parámetros.

En la Figura 4.2. se representa, en el tipo de gráfica que se acaba de describir, los resultados del ensayo presiométrico realizado sobre la arena ficticia de partida. Dicha arena está caracterizada por el siguiente vector de parámetros ($\bar{b} = (\sigma_{h0}, (t/s)_{ult}, S_i, K_A^{CV})$) del modelo de comportamiento de Ferreira:

- Tensión efectiva horizontal inicial σ_{h0}

$$\sigma_{h0} = 21 \text{ KPa}$$

- Ratio final de la relación hiperbólica durante la fase de carga ($(t/s)_{ult}$)

$$(t/s)_{ult} = 0,58$$

- Pendiente de la tangente inicial a la curva de relación hiperbólica S_i

$$S_i = 100$$

- Parámetro del ángulo de fricción a volumen constante (K_A^{CV})

$$K_A^{CV} = 0.2827$$

Este parámetro se considera constante al considerarse el ángulo de fricción a volumen constante de las arenas del Ticino próximo a 34° , es decir, $\phi_{CV} = 34^\circ$

En la Figura 4.2. se representa únicamente la fase de carga del ensayo. La historia de carga que se considera corresponde a un ensayo real y es común a todos los ensayos que se analizan. Dicha historia de carga comienza con 43.65 KPa y llega hasta 523.18 KPa, estando descrita por 92 escalones de carga. A cada escalón de carga se le asigna el correspondiente porcentaje de deformación de la cavidad.

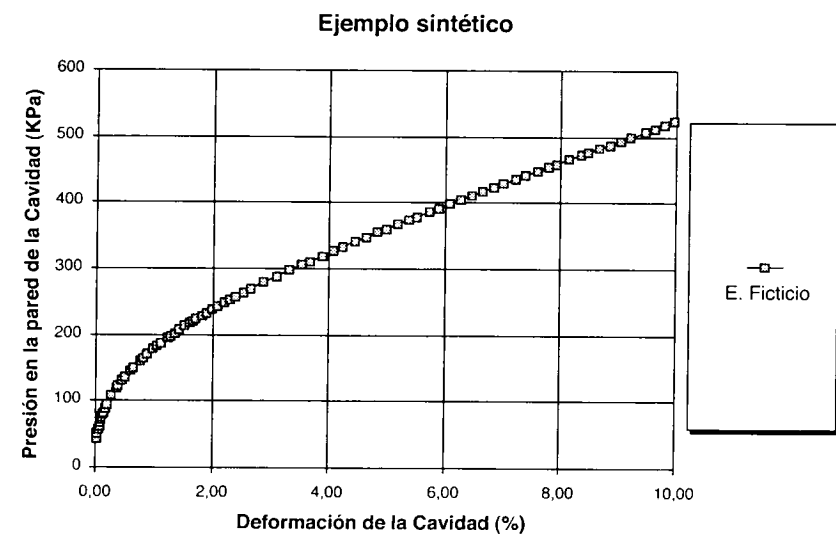


Figura 4.2. Datos iniciales del ensayo con arena ficticia (modelo de Ferreira).

4.3 MODELO DE COMPORTAMIENTO ELÁSTICO NO LINEAL

Con el modelo de comportamiento de Ferreira se han llevado a cabo numerosos experimentos con los diferentes algoritmos de minimización desarrollados. Al tratarse de una ley constitutiva analítica el esfuerzo computacional requerido es bastante menor que con una ley no analítica, lo que ha permitido hacer un estudio más exhaustivo del funcionamiento de los algoritmos.

A continuación se describen los distintos ensayos que se han realizado en función del tipo de algoritmo empleado en el proceso de minimización de la función objetivo. Para un mismo algoritmo se han llevado a cabo experimentos diferentes, escalando o no los parámetros, introduciendo los posibles errores en las medidas y considerando diferentes valores iniciales de los parámetros en intervalos de variación suficientemente amplios.

En algunos de los algoritmos que se citan a continuación se han podido delimitar los intervalos de variación física posible para cada parámetro. En concreto se han impuesto restricciones explícitas de los parámetros en los algoritmos de Marquardt y Complex, mientras que se ha trabajado sin restricciones con el algoritmo de Recocido Simulado. Los intervalos de variación considerados para cada parámetro se presentan en la Tabla 4.1

Parámetro	Límite inferior	Límite superior
σ'_{ho} (KPa)	0	200
$(t/s)_{ult}$	0	1
S_i	50	200
K_A^{CV}	0.2827	0.2827

Tabla 4.1. Intervalos de variación de los parámetros del modelo de Ferreira.

4.3.1 Resultados con el algoritmo de Marquardt

Como se ha visto en el capítulo tercero el método de Marquardt es un método clásico de búsqueda no directa ya que además de requerir la información de la función objetivo requiere el conocimiento de las derivadas de la función objetivo respecto a cada uno de los parámetros de los que depende.

Con este algoritmo se han llevado a cabo múltiples análisis inversos del ejemplo sintético tratando de estudiar si se puede reproducir la curva inicial de carga con independencia del punto de partida. De todos esos análisis únicamente se va a hacer referencia en esta memoria a los que desde el punto de vista de los resultados obtenidos se creen más interesantes.

4.3.1.1 Parámetros sin escalar. En la Tabla 4.2. se presentan junto a los parámetros reales del ensayo ficticio (E. Ficticio) los valores iniciales de los parámetros de partida correspondientes a cinco experimentos. Todos ellos se han llevado a cabo sin escalar los parámetros.

Ensayo	σ'_{ho} (KPa)	$(t/s)_{ult}$	S_i	K_A^{CV}
E. Ficticio	21	.58	100	0.2827
E. F. M. 1	30	.7	90	0.2827
E. F. M. 2	100	.7	90	0.2827
E. F. M. 3	30	.9	150	0.2827
E. F. M. 4	20	.3	90	0.2827
E. F. M. 5	20	.4	90	0.2827

Tabla 4.2. Parámetros iniciales del modelo de Ferreira. Diferentes simulaciones.

Las curvas de carga correspondientes a los valores óptimos de los parámetros de los cinco experimentos se representan en la Figura 4.3. En ella se puede apreciar que existen dificultades en los tres últimos casos de la Tabla 4.2.

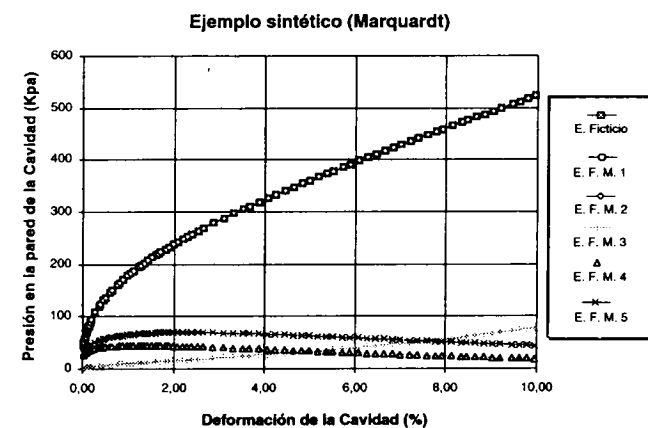


Figura 4.3. Optimización a partir del algoritmo de Marquardt.

En la Tabla 4.3 se indica el valor final de cada uno de los parámetros, el número de evaluaciones llevadas a cabo de la función objetivo (nº Evals), el número de iteraciones realizadas (ITN), el valor mínimo de la función objetivo alcanzado (Fun. Obj.) y el tiempo empleado (t) en segundos (s). Puede apreciarse como en los dos primeros casos (E. F. M. 1 y E. F. M. 2) el valor de la función objetivo tiende a cero a la par que los valores de los parámetros del modelo tienden a los valores del ensayo ficticio. También en esta tabla se presentan los correspondientes parámetros ingenieriles: el ángulo de fricción de pico (ϕ), el módulo elástico cortante inicial (G_i) y el ángulo de dilatación (ν). Las dificultades encontradas en los tres últimos experimentos (E. F. M. 3, E. F. M. 4 y E. F. M. 5) se deben a que se produce en seguida un bloqueo por problemas con las restricciones. Por este motivo los tiempos empleados son tan breves y los valores de la función tan elevados.

Ensayo	σ'_{ho} (KPa)	$(t/s)_{ult}$	S_i	K_A^{CV}	ϕ' (o)	G_i (KPa)	ν (o)	ITN	nº Evals.	Fun. Obj.	t (s)
E. Ficticio	21	.58	100	.2827	35.45	1082.307	1.7631				
E. F. M. 1	20.99	.58	100	.2827	35.35	1081.793	1.7631	11	17	$7.55 e^{-8}$	9
E. F. M. 2	21	.58	100	.2827	35.45	1082.307	1.7631	15	22	$7.1 e^{-8}$	13
E. F. M. 3	1.049	.649	50	.2827	40.46	29.92	8.10	7	7	7342970	5
E. F. M. 4	20.01	.32	50	.2827	18.66	354.5923	-16.93	2	3	7660251	2
E. F. M. 5	20.75	.42	50	.2827	24.834	424.336	-10.48	2	3	6536839	1

Tabla 4.3. Resultados de la optimización con el algoritmo de Marquardt. Caso de parámetros sin escalar.

4.3.1.2 Escalamiento de parámetros. Como se aprecia en la Figura 4.3 en los últimos tres casos no se ha conseguido encontrar el mínimo de la función objetivo mediante el algoritmo de Marquardt. Por ello se han estudiado los mismos experimentos escalando los parámetros del modelo. Únicamente se han encontrado resultados positivos para la simulación E.F.M.4, que logra converger tras 13465 iteraciones. En las otras dos (E.F.M.3 y E.F.M.5) el algoritmo de Marquardt no ha convergido en el número máximo de iteraciones establecido (20000) permaneciendo la función objetivo con un valor muy elevado.

En la Tabla 4.4 se encuentran los parámetros iniciales de los tres últimos experimentos (E.F.M.3, E.F.M.4 y E.F.M.5). Al trabajar con parámetros escalados se añade al nombre de la simulación las letras ES (E.F.M.ES.3, E.F.M.ES.4 y E.F.M.ES.5).

Ensayo	σ'_{ho} (KPa)	$(t/s)_{ult}$	S_i	K_A^{CV}
E. Ficticio	21	.58	100	0.2827
E. F. M. 3	30	.9	150	0.2827
E. F. M. 4	20	.3	90	0.2827
E. F. M. 5	20	.4	90	0.2827
E. F. M. ES. 3	.3	.9	.3	0.2827
E. F. M. ES. 4	.2	.3	.2	0.2827
E. F. M. ES. 5	.2	.4	.2	0.2827

Tabla 4.4. Parámetros iniciales escalados y sin escalar.

En la Figura 4.4 se representan las respuestas de los experimentos E.F.M.4 y E.F.M.ES.4 junto a la curva del ensayo ficticio. Se puede apreciar como en este caso el escalamiento de los parámetros permite un ajuste mucho mejor.

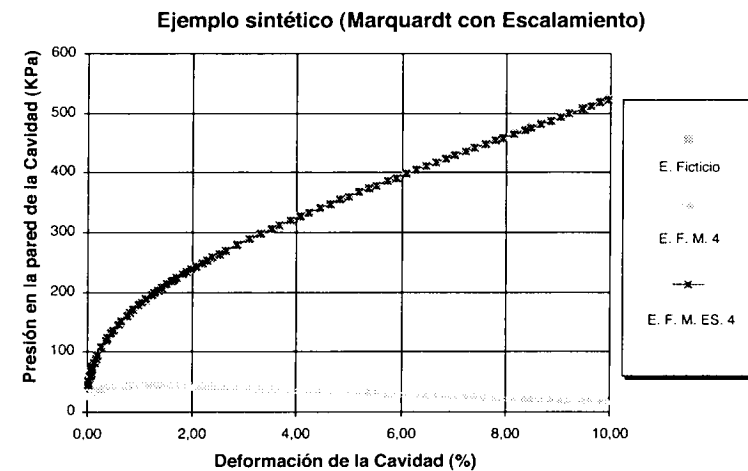


Figura 4.4. Caso E.F.M.4 y E.F.M.ES.4.

En la Tabla 4.5 se puede ver como el valor de la función objetivo para esta simulación (E.F.M.ES.4) se reduce muchísimo y como los parámetros obteni-

dos se aproximan bastante más a los parámetros del ensayo ficticio que los obtenidos sin escalar los parámetros (E.F.M.4).

Ensayo	σ'_{ho} (KPa)	$(t/s)_{ult}$	S_i	K_A^{CV}	ϕ' (o)	G_i (KPa)	v (o)	ITN	nº Evals.	Fun. Obj.	t (s)
E. Ficticio	21	.58	100	.2827	35.45	1082.30	1.763				
E. F. M. 4	20.01	.32	50	.2827	18.66	354.592	-16.93	2	3	7660251	2
E. F. M. ES. 4	23.19	.5797	77.6	.2827	35.42	919.95	1.737	13465	18833	14.3	12342

Tabla 4.5. Resultados del experimento E.F.M.4 con el algoritmo de Marquardt con parámetros escalados y no escalados.

También se aprecia que el tiempo y el coste para obtener esta solución ha sido muy elevado pues se han realizado 13465 iteraciones y 18833 evaluaciones de la función objetivo. Por este motivo se han aplicado otros métodos de optimización con el fin de estudiar si es mas ventajoso su comportamiento.

4.3.1.3 Efecto del ruido en las medidas. Como ya se ha mencionado en la introducción del presente capítulo se han llevado a cabo experimentos en los que se ha introducido un error inicial aleatorio en las medidas. Dicho error se ha considerado proporcional a la precisión (± 10 KPa) de la medida de la presión de gas del presiómetro. La alteración que sufren los datos del ensayo al introducir este error se refleja en la Figura 4.5.

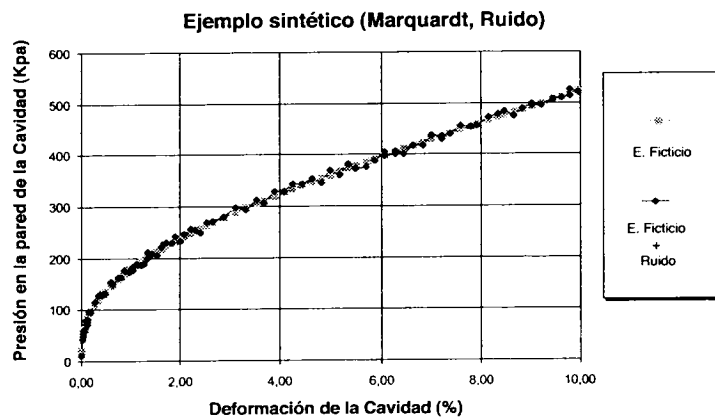


Figura 4.5. Error inicial en las medidas (ruido).

Se han llevado a cabo los mismos experimentos que antes, cuyos parámetros iniciales quedan reflejados en la Tabla 4.2, es decir en todas ellas se han considerado parámetros sin escalar. Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 4.6 y en la Tabla 4.6. En ellas se ha añadido una 'R' a la denominación de los ensayos para hacer notar que los datos iniciales de partida llevaban incorporado ruido. En la Figura 4.6 se observa que únicamente E.F.M.R.1 y E.F.M.R.2 son capaces de reproducir la curva experimental. Con el resto de los ensayos sucede lo que ya ocurría cuando no había error en los datos iniciales (Figura 4.3).

En la Tabla 4.6 figuran los resultados de cada uno de los experimentos. Se puede apreciar que el valor de la función objetivo en E.F.M.R.1 y E.F.M.R.2, aún siendo considerablemente menor que el correspondiente a E.F.M.R.3, E.F.M.R.4 y E.F.M.R.5, es mayor que el alcanzado al partir de datos sin ruido (Tabla 4.3). También son mayores el número de iteraciones necesario para la convergencia del proceso, el número de evaluaciones de la función objetivo y el tiempo empleado. Los parámetros resultantes del proceso de minimización partiendo con datos con ruido se encuentran, en todos los casos, mas alejados de los originales que cuando se parte de datos sin ruido (Tabla 4.6).

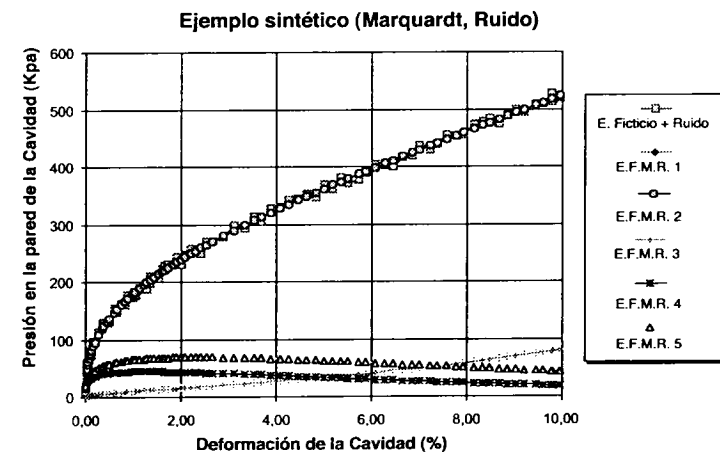


Figura 4.6. Optimización a partir del algoritmo de Marquardt con ruido (± 10 KPa).

Ensayo ± 10 KPa	σ'_{ho} (KPa)	(t/s) _{ult}	S_i	K_A^{CV}	ϕ' (o)	G_i (KPa)	v (o)	ITN	n° Evals.	Fun. Obj.	t (s)
E. Ficticio	21	.58	100	.2827	35.45	1082.307	1.763				
E. F. M. R. 1	16.31	.579	200	.2827	35.38	1678.7	1.676	55	82	3312.2	46
E. F. M. R. 2	16.31	.579	200	.2827	35.38	1678.7	1.676	60	89	3312.2	50
E. F. M. R. 3	1.04	.65	50	.2827	40.54	29.708	8.20	7	7	7344076	5
E. F. M. R. 4	20.34	.32	50	.2827	18.66	360.35	-16.93	2	2	7717801	1
E. F. M. R. 5	20.81	.42	50	.2827	24.83	425.59	-10.48	2	2	6580903	2

Tabla 4.6. Resultados de la optimización con el algoritmo de Marquardt con ruido (± 10 KPa).

Con el fin de conocer cómo influye el error en las medidas sobre los parámetros óptimos finales que se obtienen tras el proceso de minimización con el algoritmo de Marquardt se han realizado también los cinco experimentos de la Tabla 4.2 introduciendo un error aleatorio en las medidas de presión de ± 20 KPa y ± 30 KPa . Los resultados obtenidos se encuentran en las Tablas 4.7 y 4.8 y en las Figuras 4.7 y 4.8.

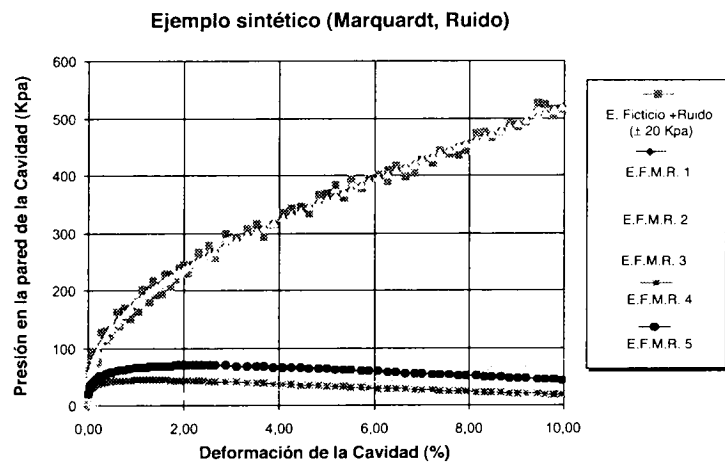


Figura 4.7. Optimización a partir del algoritmo de Marquardt con ruido (± 20 KPa).

Ensayo ± 20 KPa	σ'_{ho} (KPa)	(t/s) _{ult}	S_i	K_A^{CV}	ϕ' (o)	G_i (KPa)	v (o)	ITN	n° Evals.	Fun. Obj.	t (s)
E. Ficticio	21	.58	100	.2827	35.45	1082.307	1.763				
E. F. M. R. 1	16.15	.579	200	.2827	35.38	1662.2	1.676	42	63	12998	37
E. F. M. R. 2	16.155	.579	200	.2827	35.38	1662.7	1.676	47	70	12998	41
E. F. M. R. 3	1.037	.649	50	.2827	40.46	29.57	8.10	7	7	7274795	6
E. F. M. R. 4	20.3	.32	50	.2827	18.66	359.6	-16.9	2	2	7600512	2
E. F. M. R. 5	20.74	.421	50	.2827	24.89	424.7	-10.41	2	2	6464570	2

Tabla 4.7. Resultados de la optimización con el algoritmo de Marquardt con ruido (± 20 KPa).

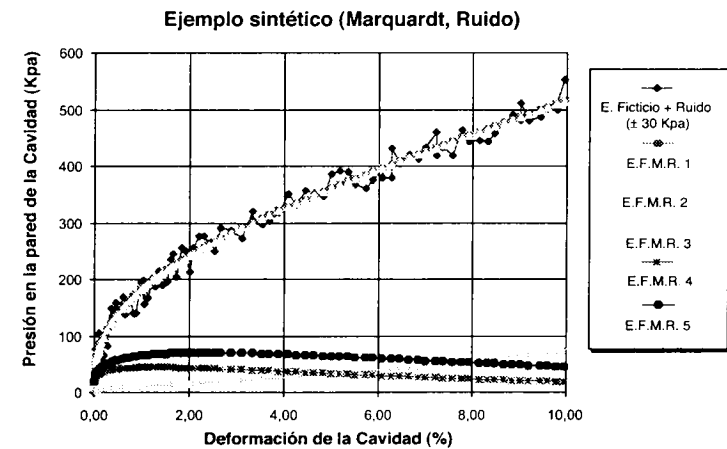


Figura 4.8. Optimización a partir del algoritmo de Marquardt con ruido (± 30 KPa).

Ensayo ± 30 KPa	σ'_{ho} (KPa)	(t/s) _{ult}	S_i	K_A^{CV}	ϕ' (o)	G_i (KPa)	v (o)	ITN	n° Evals.	Fun. Obj.	t (s)
E. Ficticio	21	.58	100	.2827	35.45	1082.307	1.763				
E.F.M.R. 1	16.76	.577	200	.2827	35.23	1720	1.5	35	48	29954	31
E.F.M.R. 2	16.64	.577	200	.2827	35.23	1720.4	1.5	39	54	29889	34
E.F.M.R. 3	1.034	.648	50	.2827	40.39	29.44	8.1	7	7	7335885	6
E.F.M.R. 4	20.2	.3225	50	.2827	18.81	359.15	-16.78	2	2	7613303	1
E.F.M.R. 5	20.53	.425	50	.2827	25.15	422.89	-10.13	2	2	6428444	1

Tabla 4.8. Resultados de la optimización con el algoritmo de Marquardt con ruido (± 30 KPa).

Como puede apreciarse tanto en las Figuras 4.6, 4.7 y 4.8 como en las Tablas 4.6, 4.7 y 4.8 el aumento de ruido en los datos experimentales apenas influye en los parámetros óptimos que se obtienen en cada uno de los cinco experimentos analizados. Esto demuestra que el algoritmo de Marquardt es bastante estable. La tendencia en todos los experimentos es similar y se mantienen los problemas con los experimentos E.F.M.R.3, E.F.M.R.4 y E.F.M.R.5.

4.3.2 Resultados con el algoritmo Complex

4.3.2.1 Parámetros sin escalar. Los mismos ejemplos que se han analizado con el algoritmo de Marquardt se han estudiado con el método de optimización Complex. Este método demuestra que es capaz de resolver con éxito todos los casos que se han estudiado. Aquí, únicamente se hace referencia a los experimentos cuyos parámetros de partida aparecen en la Tabla 4.9, que coinciden con las de la Tabla 4.2.

Ensayo	σ'_{ho} (KPa)	(t/s) _{ult}	S_i	K_A^{CV}
E. Ficticio	21	.58	100	0.2827
E. F. C. 1	30	.7	90	0.2827
E. F. C. 2	100	.7	90	0.2827
E. F. C. 3	30	.9	150	0.2827
E. F. C. 4	20	.3	90	0.2827
E. F. C. 5	20	.4	90	0.2827

Tabla 4.9. Parámetros iniciales del modelo de Ferreira. Diferentes experimentos.

En un principio, como se aprecia en la Tabla 4.9, se ha trabajado sin escalar los parámetros. Los ajustes conseguidos en este caso son muy buenos en todos los casos excepto en el experimento E.F.C.3, dónde tampoco el método Complex ha logrado reproducir la respuesta del ensayo ficticio (Figura 4.9).

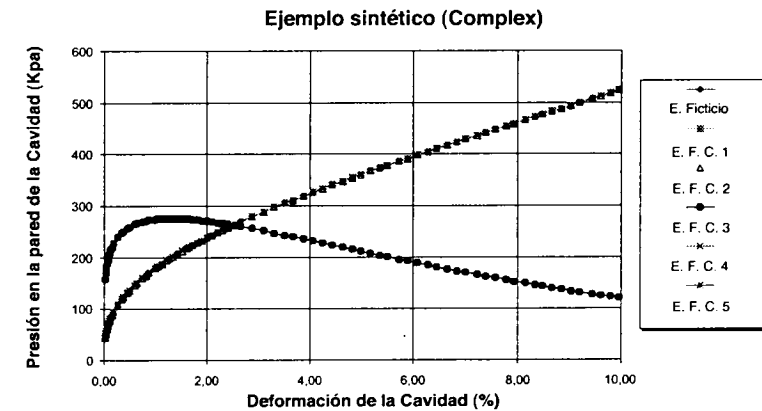


Figura 4.9. Optimización a partir del algoritmo Complex.

La Tabla 4.10 muestra de un modo explícito como el buen ajuste conseguido se corresponde con unos parámetros del modelo de Ferreira muy próximos, en algunos casos iguales, a los del ensayo ficticio. Además los valores de la función objetivo son muy bajos, si se comparan con los experimentos llevados a cabo con el algoritmo de Marquardt, sobre todo con los dos últimos casos. Por otro lado se sigue sin conseguir un buen ajuste con el experimento E. F. C. 3 debido a problemas con las restricciones. El complex tiende a salirse rápidamente de la zona permitida y el programa se detiene. Como consecuencia el valor de la función objetivo es muy elevado y el tiempo empleado muy pequeño.

Ensayo	σ'_{ho} (KPa)	(t/s) _{ult}	S_i	K_A^{CV}	ϕ' (°)	G_i (KPa)	v (°)	ITN	n^o Evals.	Fun. Obj.	t (s)
E. Ficticio	21	.58	100	.2827	35.45	1082.307	1.7631				
E. F. C. 1	20.99	.5799	100.07	.2827	35.44	1082.803	1.7621	214	1629	.16 e ⁻⁴	65
E. F. C. 2	20.99	.5799	100.07	.2827	35.44	1082.804	1.7621	257	1655	.21 e ⁻⁴	75
E. F. C. 3	72.3	.43	93.1	.2827	25.46	6637.5	76.45	5	50	2504692.6	4
E. F. C. 4	20.99	.5799	100.05	.2827	35.44	1082.681	1.7625	248	1609	.32 e ⁻⁴	69
E. F. C. 5	20.99	.5799	100.01	.2827	35.44	1082.376	1.7623	186	1323	.18 e ⁻⁴	53

Tabla 4.10. Resultados de la optimización con el algoritmo Complex.

Comparando los resultados de la Tabla 4.10 con los de la Tabla 4.3 se puede apreciar como en los experimentos E.F.1 y E.F.2 se consiguen mejores resultados con el algoritmo de Marquardt (E.F.M.1 y E.F.M.2) que con el de Complex (E.F.C.1 y E.F.C.2). Sin embargo en los casos E.F.M.4 y E.F.M.5 es el algoritmo de Complex el que consigue lo que el algoritmo de Marquardt no conseguía. Los experimentos E.F.C.4 y E.F.C.5 consiguen una muy buena aproximación, mientras que el algoritmo de Marquardt lograba realizar únicamente un buen ajuste escalando los parámetros (E.F.M.ES.4) y con un coste muy elevado. El resultado del caso E.F.C.3 sigue siendo muy malo.

4.3.2.2 Escalamiento de Parámetros. También se han llevado a cabo los experimentos citados escalando los parámetros con el algoritmo Complex, si bien los resultados obtenidos apenas han sufrido variaciones. En cualquier caso, la simulación E.F.3 continuaba dando ajustes bastante malos.

4.3.2.3 Efecto del ruido en las medidas. Igualmente, se han llevado a cabo experimentos con el algoritmo Complex en los que se ha introducido un error inicial aleatorio en los datos observados proporcional a la precisión de la medida de la presión de gas del presiómetro (± 10 KPa). En la Figura 4.10 se aprecia la diferencia entre los datos iniciales del ensayo ficticio sin ruido (E. Ficticio) y con ruido (E. Ficticio + Ruido). También pueden observarse la representación de los resultados de los experimentos cuyos parámetros iniciales se encuentran en la Tabla 4.9. Dichos resultados se han obtenido tomando como datos experimentales los datos con ruido.

En la Tabla 4.11 se recogen los parámetros obtenidos tras el proceso de minimización de la función objetivo. Se puede apreciar que en todos los casos el proceso converge, también en el experimento E.F.C.3. Es decir, el error introducido en las medidas hace en el experimento E.F.C.3. que el complex se mueva en una dirección en la que las restricciones ya no bloquean el proceso. En general los parámetros óptimos obtenidos en cada experimento son ligeramente diferentes a los obtenidos con los datos experimentales sin ruido y el valor mínimo de la función objetivo es sensiblemente mayor al correspondiente sin ruido (Tabla 4.10).

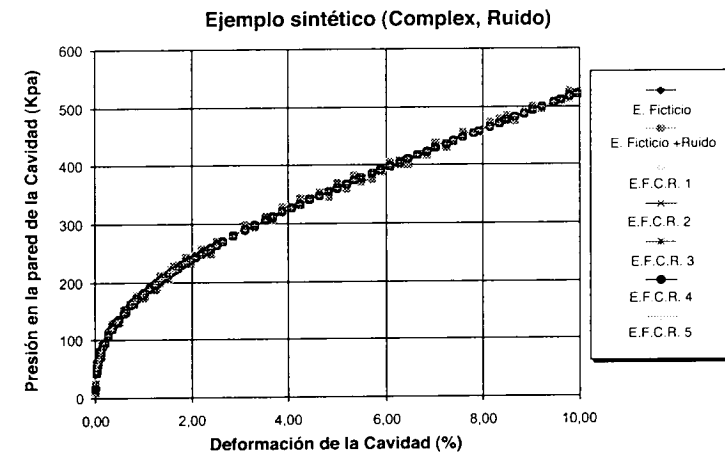


Figura 4.10. Optimización a partir del algoritmo Complex con ruido (± 10 KPa).

Ensayo ± 10 KPa	σ'_{ho} (KPa)	(t/s) _{ult}	S_i	K_A^{CV}	ϕ' (o)	G_i (KPa)	v (o)	ITN	n'' Evals.	Fun. Obj.	t (s)
E. Ficticio	21	.58	100	.2827	35.45	1082.307	1.7631				
E. F. C. 1	21.26	.5796	98.15	.2827	35.42	1074.808	1.7286	21	309	3422.9	13
E. F. C. 2	19.84	.5797	117.17	.2827	35.42	1197.565	1.7372	21	291	3396.5	12
E. F. C. 3	25.45	.5799	60.27	.2827	35.44	790.417	1.7545	29	329	3536.5	14
E. F. C. 4	16.64	.5796	187.4	.2827	35.42	1606.202	1.7286	30	336	3352.4	15
E. F. C. 5	24.6	.5797	66.34	.2827	35.42	840.72	1.7372	44	397	3507.4	17

Tabla 4.11. Resultados de la optimización con el algoritmo Complex con ruido (± 10 KPa).

A continuación, en las Figuras 4.11 y 4.12 y en las Tablas 4.12 y 4.13 se presentan los resultados obtenidos al considerar errores aleatorios en las presiones experimentales de ± 20 KPa y ± 30 KPa.

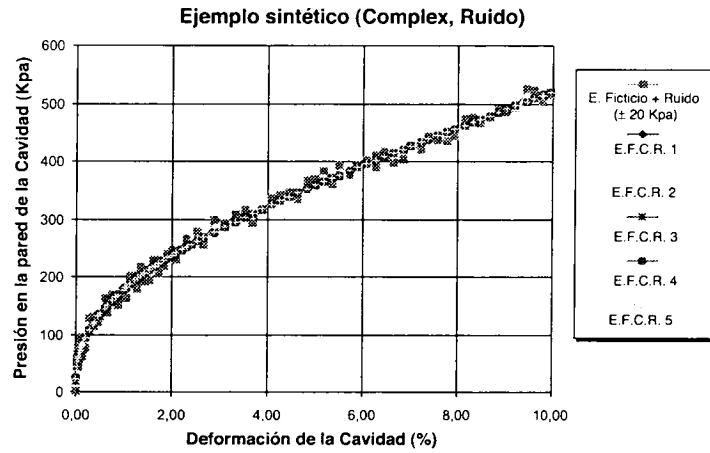


Figura 4.11. Optimización a partir del algoritmo Complex con ruido (± 20 KPa).

Ensayo ± 20 KPa	σ'_{ho} (KPa)	$(t/s)_{ult}$	S_i	K_A^{CV}	ϕ' (o)	G_i (KPa)	v (o)	ITN	nº Evals.	Fun. Obj.	t (s)
E. Ficticio	21	.58	100	.2827	35.45	1082.307	1.7631				
E. F. C. 1	18.14	.579	146.7	.2827	35.38	1369.5	1.676	34	319	13156	14
E. F. C. 2	22.26	.579	147.6	.2827	35.38	1374.7	1.676	56	466	13206	23
E. F. C. 3	18.08	.5797	85.6	.2827	35.42	980.8	1.73	36	296	13055	15
E. F. C. 4	25.42	.5798	59.58	.2827	35.43	780.33	1.74	20	271	13354	12
E. F. C. 5	22.21	.5797	85.65	.2827	35.42	979.9	1.73	23	319	13020	13

Tabla 4.12. Resultados de la optimización con el algoritmo Complex con ruido (± 20 KPa).

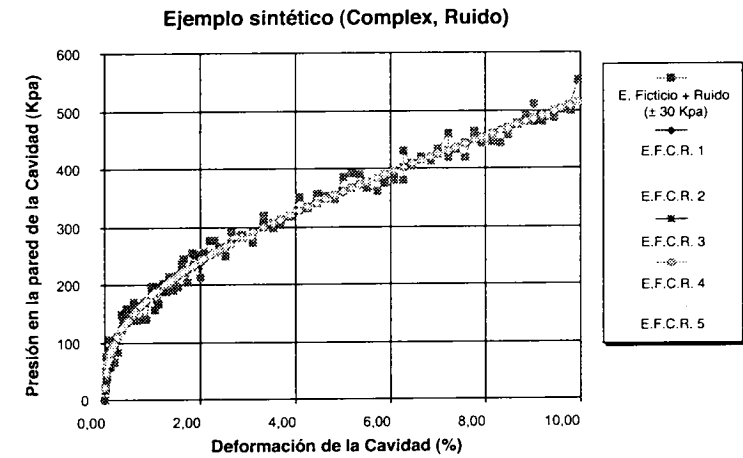


Figura 4.12. Optimización a partir del algoritmo Complex con ruido (± 30 KPa).

Ensayo ± 30 KPa	σ'_{ho} (KPa)	$(t/s)_{ult}$	S_i	K_A^{CV}	ϕ' (o)	G_i (KPa)	v (o)	ITN	nº Eval.	Fun. Obj.	t (s)
E. Ficticio	21	.58	100	.2827	35.45	1082.307	1.7631				
E. F. C. 1	20.20	.5769	121.64	.2827	35.23	1260.6	1.49	33	356	30253	18
E. F. C. 2	18.49	.5771	153.8	.2827	35.24	1459.4	1.51	26	292	30108	15
E. F. C. 3	17.11	.5769	189.6	.2827	35.23	1664.3	1.49	25	282	30009	15
E. F. C. 4	21.82	.5771	98.5	.2827	35.24	1103	1.51	17	286	30380	13
E. F. C. 5	20.98	.5771	109.02	.2827	35.24	1173.6	1.51	24	309	30342	16

Tabla 4.13. Resultados de la optimización con el algoritmo Complex con ruido (± 30 KPa).

Observando las Tablas 4.11, 4.12 y 4.13 junto con las Figuras 4.10, 4.11 y 4.12 se puede afirmar que el ruido creciente no impide que en todos los casos se puedan reproducir las curvas experimentales de la Tabla 4.9. Por otro lado, al variar la magnitud del error los parámetros óptimos que se obtienen en cada experimento no guardan relación aparente. Es decir, en cada experimento, con distintos niveles de ruido, se consiguen buenos ajustes aunque con parámetros diferentes.

4.3.3 Resultados con el algoritmo de Recocido Simulado

4.3.3.1 Parámetros sin escalar. Con este método directo de optimización se han repetido todos los experimentos llevados a cabo con los otros dos métodos vistos hasta ahora. En este apartado se presentan únicamente los resultados correspondientes a las casos que han dado más problemas (E.F.3, E.F.4 y E.F.5). Los parámetros de partida de cada uno de estos experimentos se encuentran en la Tabla 4.14

Ensayo	σ'_{ho} (KPa)	$(t/s)_{ult}$	S_i	K_A^{CV}
E. Ficticio	21	.58	100	0.2827
E. F. RS. 3	30	.9	150	0.2827
E. F. RS. 4	20	.3	90	0.2827
E. F. RS. 5	20	.4	90	0.2827

Tabla 4.14. Parámetros iniciales del modelo de Ferreira. Diferentes experimentos.

Como se puede observar en la Figura 4.13, el método de Recocido Simulado permite obtener un buen ajuste en cada uno de los tres casos analizados, incluso en el E.F.3 que presentaba dificultades con los algoritmos anteriores.

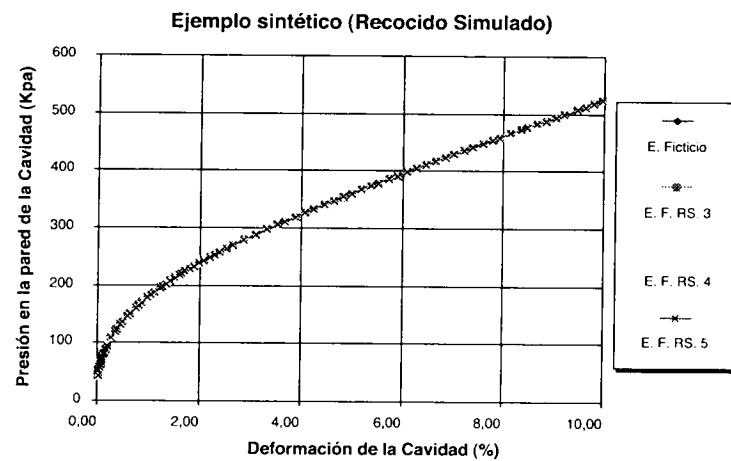


Figura 4.13. Optimización a partir del algoritmo de Recocido Simulado.

Los parámetros que caracterizan el algoritmo de minimización de Recocido Simulado son el número de iteraciones (Iter) y el valor del parámetro de control T. El número de iteraciones (Iter) hace referencia al número de iteraciones que se deben realizar para que se reduzca el parámetro de control (T) del protocolo de recocido. En los tres experimentos estos parámetros coinciden siendo sus valores, Iter=10 y T=100. Los parámetros finales correspondientes a los tres experimentos se presentan en la Tabla 4.15. Los valores alcanzados por la función objetivo son bastante aceptables, muy próximos a cero. Para lograr esto se han realizado un número alto de evaluaciones en todos los casos pero siempre inferior al número requerido por el algoritmo de Complex (Tabla 4.10).

Ensayo	σ'_{ho} (KPa)	$(t/s)_{ult}$	S_i	K_A^{CV}	ϕ' (o)	G_i (KPa)	v (o)	n° Evals.	Fun Obj.	t (s)	Iter	T
E. Ficticio	21	.58	100	.2827	35.45	1082.307	1.7631					
E.F.RS. 3	17.887	.5725	155.82	.2861	35.18	1437.03	1.7836	1171	1.25	97	10	100
E.F.RS. 4	22.05	.5815	87.273	.2812	35.55	991.46	1.7421	1168	.2	94	10	100
E.F.RS.5	22.825	.5828	79.198	.28	35.64	931.143	1.7306	1076	.64	83	10	100

Tabla 4.15. Resultados de la optimización con el algoritmo de Recocido Simulado.

El método de Recocido Simulado ha permitido también un buen ajuste del experimento E.F.RS.3, aunque los parámetros obtenidos del modelo difieren ligeramente de los del ensayo ficticio.

4.3.3.2 Escalamiento de parámetros. Los resultados obtenidos al escalar los parámetros no mejoran, sino que en ocasiones empeoran los resultados obtenidos sin escalar los parámetros. El número de iteraciones (Iter) y la magnitud del parámetro T no afectan al mínimo que en cada caso se determina, es decir, se puede afirmar que en este ensayo ficticio se trabaja con funciones objetivo cuasi convexas, en las que rápidamente se detecta la zona en la que se encuentra el mínimo.

4.3.3.3 Efecto del ruido en las medidas. También se ha estudiado el efecto de los errores de medida en los datos experimentales en el algoritmo de Recocido Simulado. Los datos iniciales con un ruido aleatorio de ± 10 KPa se pue-

den ver en la Figura 4.14 (E. Ficticio + Ruido). En la misma figura se muestran las curvas de carga correspondientes a los experimentos cuyos parámetros de partida se encuentran en la Tabla 4.14. Se puede observar que en todos ellos se logra aproximar la curva inicial.

Los parámetros obtenidos en cada aproximación quedan reflejados en la Tabla 4.16. En ella se pueden apreciar ligeras variaciones al compararlos con los obtenidos empleando datos experimentales sin ruido (Tabla 4.15). El valor de la función objetivo es, al igual que sucedía en los casos anteriores con ruido, superior al obtenido con los datos experimentales limpios. Lo mismo sucede en general, con el número de iteraciones (Iter) necesario para que se reduzca el parámetro de control T, con el número de evaluaciones de la función objetivo y, por tanto, con el tiempo consumido en la resolución del problema inverso.

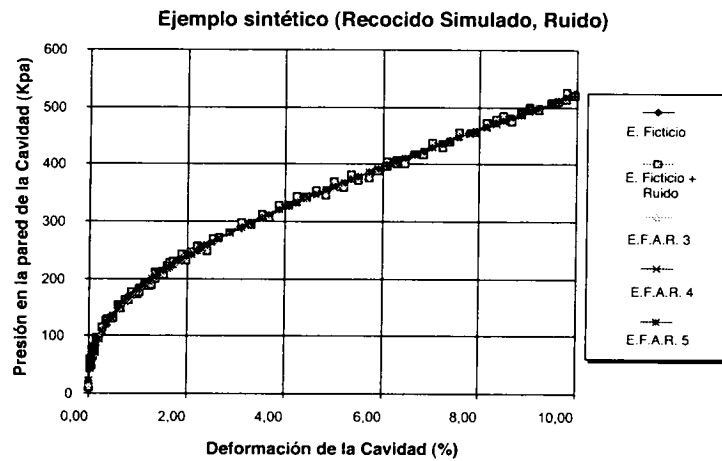


Figura 4.14. Optimización a partir del algoritmo de Recocido Simulado con ruido (± 10 KPa).

Ensayo ± 10 KPa	σ'_{ho} (KPa)	$(t/s)_{ult}$	S_i	K_A^{CV}	ϕ' (o)	G_i (KPa)	v (o)	nº Evals.	Fun. Obj.	t (s)	Iter	T
E. Ficticio	21	,58	100	,2827	35.45	082.307	1.7631					
E. F. RS.	18.04	,578	152.5	,284	35.31	1416.89	1.7222	1282	3366.	121	10	100
E. F. RS.	19.74	,578	120.2	,2842	35.32	1222.44	1.7424	5269	3392	524	50	1000
E. F. RS.	22.09	,5857	86.08	,277	35.85	978.533	1.6743	2254	3441.	216	20	100

Tabla 4. 16. Resultados de la optimización con el algoritmo de Recocido Simulado con ruido (± 10 KPa).

También en este caso, al igual que se ha hecho con el algoritmo de Marquardt y con el Complex, se ha estudiado cómo influye el nivel de ruido en los parámetros óptimos resultantes. Así, en las Figuras 4.15 y 4.16 y en las Tablas 4.17 y 4.18 se presentan los resultados obtenidos al considerar errores aleatorios en las presiones experimentales de ± 20 KPa y ± 30 KPa.

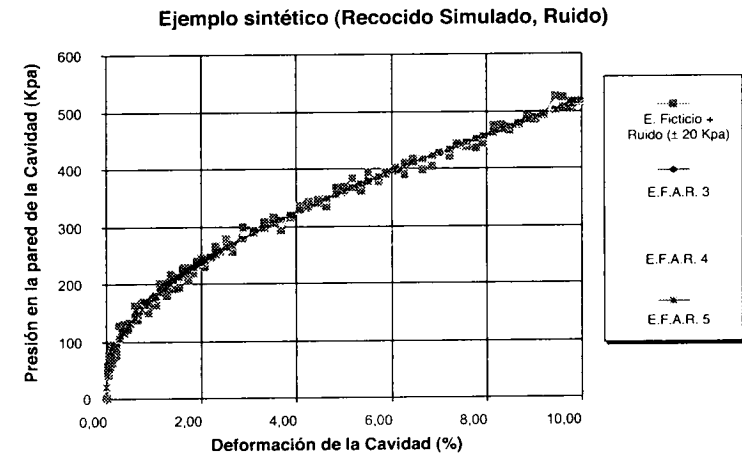


Figura 4.15. Optimización a partir del algoritmo de Recocido Simulado con ruido (± 20 KPa).

Ensayo ± 20 KPa	σ'_{ho} (KPa)	$(t/s)_{ult}$	S_i	K_A^{CV}	ϕ' (o)	G_i (KPa)	v (o)	n^o Evals.	Fun. Obj.	t (s)	Iter	T
E. Ficticio	21	.58	100	.2827	35.45	1082.307	1.763					
E. F. RS. 3	16.41	.61	163.2	.2514	37.5	1363.2	1.06	1237	12912	56	10	100
E. F. RS. 4	20.29	.62	89.7	.24	38.3	920.4	.65	1195	13010	53	10	100
E. F. RS. 5	19.9	.638	90	.23	39.64	913.3	1.14	1249	13033	57	10	100

Tabla 4. 17. Resultados de la optimización con el algoritmo de Recocido Simulado con ruido (± 20 KPa).

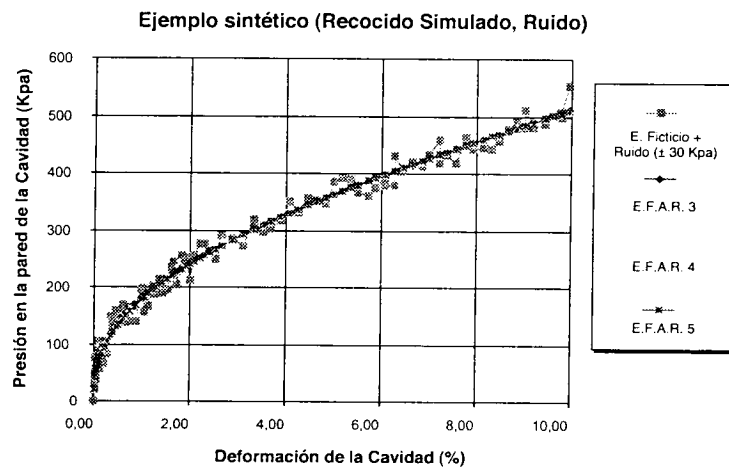


Figura 4.16. Optimización a partir del algoritmo de Recocido Simulado con ruido (± 30 KPa)

Ensayo ± 30 KPa	σ'_{ho} (KPa)	$(t/s)_{ult}$	S_i	K_A^{CV}	ϕ' (o)	G_i (KPa)	v (o)	n^o Evals.	Fun. Obj.	t (s)	Iter	T
E. Fic.	21	.58	100	.2827	35.45	1082.307	1.763					
E. F. RS. 3	16.46	.63	157.7	.227	39.79	1297.5	0.007	893	29686	44	10	100
E. F. RS. 4	20.42	.645	89.5	.222	40.16	926.7	0.81	472	29948	25	10	100
E. F. RS. 5	19.6	.66	90.4	.204	41.29	884.1	-0.11	1199	29987	53	10	100

Tabla 4. 18. Resultados de la optimización con el algoritmo de Recocido Simulado con ruido (± 30 KPa).

Observando las Tablas 4.16, 4.17 y 4.18 junto con las Figuras 4.14, 4.15 y 4.16 se puede afirmar que el ruido creciente no impide que en los tres casos estudiados

se obtengan ajustes de las curvas experimentales de la Tabla 4.14. También se aprecia que al aumentar el nivel de error el parámetro K_A^{CV} , al no haberse fijado, se aleja cada vez más del valor inicial ($K_A^{CV} = .2827$). Por otro lado se aprecia que aunque varían los parámetros óptimos finales al variar la magnitud del error, estos cambios son menores que los que se han producido con el algoritmo Complex.

4.4 MODELO DE COMPORTAMIENTO ELASTO-PLÁSTICO

Con el modelo de comportamiento elastoplástico de Drucker-Prager se han llevado a cabo un conjunto de experimentos que, partiendo de vectores de parámetros diferentes, tratan de ajustar la curva del ensayo ficticio. En este caso el ensayo ficticio tiene la misma historia de carga que el ensayo ficticio modelizado con el modelo de Ferreira si bien, los parámetros del modelo son necesariamente diferentes. Por tanto, todas las simulaciones que se van a citar a partir de ahora se van a comparar con este nuevo ensayo ficticio. Los parámetros característicos del modelo de Drucker-Prager son el módulo elástico o módulo de Young (E), el coeficiente de Poisson (v), la tensión de fluencia K y el ángulo de fricción (ϕ). Los valores que definen el ensayo ficticio son los siguientes:

- Módulo elástico o módulo de Young (E)
 $E=120KPa$
- Coeficiente de Poisson (v)
 $v=0,24$
- Tensión de fluencia K
 $K=6KPa$
- Angulo de fricción (ϕ)
 $\phi=33^o$

En la Figura 4.17 se representa la curva de carga del ensayo ficticio correspondiente al modelo de Drucker-Prager. Lo único que tiene en común este ensayo con el de Ferreira (Figura 4.2) es la historia de carga, tal y como se puede apreciar en ambas figuras. Por tanto, ahora se va a analizar si la metodología descrita para el modelo de Ferreira es válida también para calcular

los parámetros óptimos del modelo de Drucker-Prager implementado en un programa de elementos finitos [Owen *et al*, 1986]. El algoritmo de minimización que se ha empleado en todos los casos es el algoritmo Complex. Se ha trabajado siempre con parámetros sin escalar y no se ha introducido ruido en las medidas experimentales. La aplicación del resto de los algoritmos descritos y empleados para el modelo de Ferreira se deja para trabajos posteriores.

En este apartado el ensayo presiométrico en celda de calibración ha sido modelizado de dos modos distintos considerando en ambos la simetría radial del mismo: uno modelizando la mitad del recinto donde tiene lugar el experimento, es decir, la mitad de la celda de calibración con un total de 465 elementos axisimétricos de 4 nodos, y otro modelizando únicamente su parte central con sólo una fila de 17 elementos de 8 nodos siguiendo los pasos de Nahara [1986].

En la Figura 4.17 puede observarse como para el mismo juego de parámetros inicial del modelo de Drucker-Prager la modelización de 465 elementos tiene un comportamiento más rígido que la que emplea únicamente una fila de 17 elementos, es decir, esta última presenta mayores deformaciones para un mismo nivel de carga. También puede apreciarse que este fenómeno resulta más significativo a medida que crece la presión aplicada.

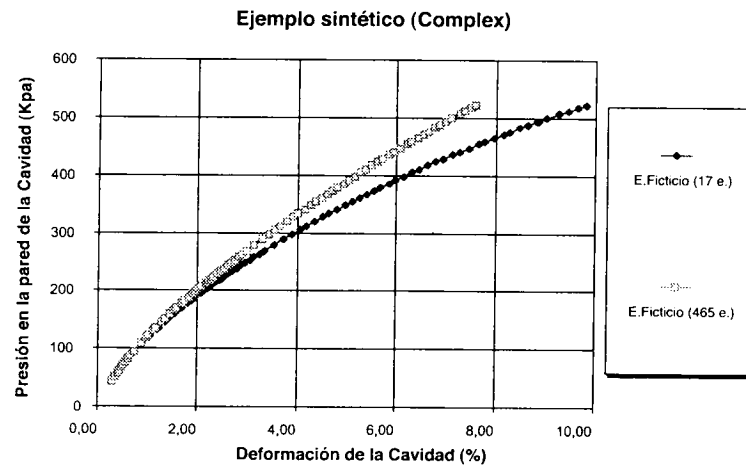


Figura 4.17. Datos iniciales del ensayo con arena ficticia (modelo de Drucker-Prager).

Para estudiar como se comporta el modelo de Drucker-Prager y verificar la metodología de problema inverso desarrollada, se han llevado a cabo múltiples experimentos. Todos ellos se han modelizado con el mallado pequeño —17 elementos axisimétricos de 8 nodos— pues el gasto computacional es considerablemente menor que con el mallado grande. En la Tabla 4.19 se indican los parámetros iniciales de los cinco casos que se citan en este capítulo para este modelo.

Ensayo	E(KPa)	ν	K(KPa)	ϕ^0
E. Ficticio	120	.24	6	33
E. F. C. 1	100	.26	2	34
E. F. C. 2	300	.22	7	37
E. F. C. 3	150	.35	5	32
E. F. C. 4	400	.36	8	36
E. F. C. 5	60	.3	4	32

Tabla 4.19. Parámetros iniciales del modelo de Drucker-Prager. Diferentes experimentos.

Las restricciones explícitas para cada uno de los parámetros o intervalos de variación posible se indican en la Tabla 4.20.

Parámetro	Límite inferior	Límite superior
E (KPa)	50	500
ν	0.2	0.4
K(KPa)	1	10
ϕ^0	30	38

Tabla 4.20. Intervalos de variación de los parámetros del modelo de Drucker-Prager.

Las curvas resultantes de los cinco experimentos llevados a cabo con el algoritmo Complex se representan en la Figura 4.18. En ella puede apreciarse el buen ajuste alcanzado en todos los casos (Tabla 4.21). Sin embargo se producen ciertas variaciones en los parámetros finales del modelo lo que refleja que la solución del problema inverso puede no ser única.

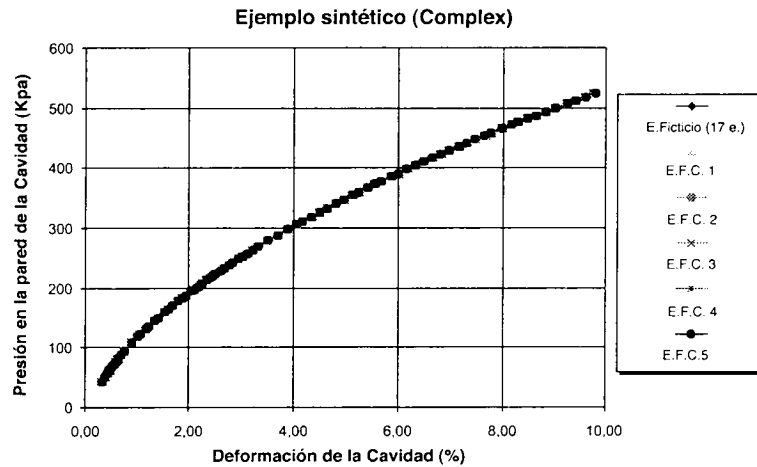


Figura 4.18. Optimización mediante el algoritmo de Complex (modelo de Drucker-Prager).

Ensayo	E (KPa)	v	K (KPa)	ϕ	ITN	n° Evals.	Fun. Obj.	t (min.)
E. Ficticio	120	.24	6	33				
E. F. C. 1	109.1	.248	8.05	30	13	191	.466 e ⁻⁵	1143
E. F. C. 2	110.03	.22	7.633	30.9	15	168	.499 e ⁻⁵	807
E. F. C. 3	120.42	.29	6.32	31.5	8	203	.515 e ⁻⁶	1210
E. F. C. 4	102.18	.20	9.03	30	15	180	.779 e ⁻⁵	845
E. F. C. 5	117.57	.31	6.94	30.2	25	208	.153 e ⁻⁵	1315

Tabla 4.21. Resultados de la optimización con el algoritmo Complex.

En la Tabla 4.21 se puede apreciar que el mejor ajuste se produce en la simulación E.F.C.3. En ella el valor de la función objetivo es un orden inferior a los valores de los otros experimentos y los parámetros del modelo se aproximan bastante a los del ensayo ficticio. El tiempo empleado en la resolución de cada problema inverso (t) viene expresado en minutos (min.)

4.5 ANÁLISIS DE LA INCERTIDUMBRE DE LOS RESULTADOS

Con el fin de conocer la calidad de las estimaciones realizadas, se ha llevado a cabo un estudio de la incertidumbre de los parámetros. Dependiendo de si el algoritmo de optimización utilizaba o no información a cerca de las derivadas de la función objetivo se han empleado diferentes técnicas. Estas técnicas pretenden conocer cuál es la variabilidad o incertidumbre de los parámetros estimados con respecto a los parámetros verdaderos no conocidos.

La incertidumbre en las simulaciones en las que se ha empleado el método indirecto de Marquardt viene dada por la desviación típica. Cuando el algoritmo converge se pueden conocer además el radio de curvatura (ρ) y el ángulo de inclinación θ (apartado 3.4.4.2). También se puede obtener información de la matriz de correlación de los parámetros.

Por otro lado, la incertidumbre de los parámetros obtenidos en las simulaciones que han empleado un método directo de minimización de la función objetivo —método Complex y Recocido Simulado— viene dada por la varianza que se ha determinado por el método de jackknife. Este método (apartado 3.4.4.3) lleva a cabo tantos análisis de la misma simulación como datos iniciales mas uno tenga ésta. Por este motivo únicamente se ha aplicado este método para calcular la incertidumbre de los parámetros del modelo de Ferreira, ya que aplicarlo a los parámetros del modelo de Drucker-Prager supondría un gasto computacional muy elevado.

El análisis de incertidumbre se ha llevado a cabo con los experimentos citados a lo largo de este capítulo que han conseguido un buen ajuste y cuyos datos de partida no estaban alterados por ruido. A continuación se presentan en tablas los resultados del análisis de incertidumbre propuesto.

En la Tabla 4.22 quedan reflejados los resultados del análisis de incertidumbre llevado a cabo con los experimentos en los que se ha empleado el método de minimización de Marquardt (Tabla 4.3). Puede observarse (Tabla 4.22) que los valores mas bajos de la desviación típica se corresponden con las simulaciones E.F.M.1 y E.F.M.2 que son las que obtenían los parámetros más próximos, prácticamente idénticos, a los del ensayo ficticio (Tabla 4.3). En estos dos casos se dispone también de información del radio de curvatura ρ y del ángulo de inclinación θ . Cuanto menor es el radio de curvatura el valle será

mas estrecho y viceversa. La desviación típica de K_A^{CV} es nula pues se ha supuesto que este parámetro permanece fijo.

Ensayo	Parámetro	Desviación Típica σ	Radio de Curvatura ρ	Ángulo de Inclinación θ
E.F.M. 1	σ'_{ho}	$4.948 e^{-5}$	$4.788 e^{-5}$	-994
	$(t/s)_{ult}$	$2.828 e^{-9}$	$1.422 e^6$	-89.99
	S_i	$6.247 e^{-4}$	$7.681 e^{-3}$	5.47
	K_A^{CV}	0	-	-
E.F.M. 2	σ'_{ho}	$4.912 e^{-5}$	$4.786 e^{-5}$	-449
	$(t/s)_{ult}$	$2.753 e^{-9}$	$1.422 e^6$	-89.99
	S_i	$6.222 e^{-4}$	$7.682 e^{-3}$	5.53
	K_A^{CV}	0	-	-
E.F.M. 3	σ'_{ho}	258.827	-	-
	$(t/s)_{ult}$.296	-	-
	S_i	27473.4	-	-
	K_A^{CV}	0	-	-
E.F.M. 4	σ'_{ho}	888.473	-	-
	$(t/s)_{ult}$.6397	-	-
	S_i	13280.5	-	-
	K_A^{CV}	0	-	-
E.F.M. 5	σ'_{ho}	563.492	-	-
	$(t/s)_{ult}$.21412	-	-
	S_i	5805.91	-	-
	K_A^{CV}	0	-	-

Tabla 4.22. Análisis de incertidumbre a partir del algoritmo de Marquardt.

En la Tabla 4.23 se muestran los resultados del análisis de incertidumbre del ensayo E.F.M.ES.4 (Tabla 4.5). Se puede comprobar también aquí que el parámetro $(t/s)_{ult}$ es el que menor desviación típica tiene. La desviación típica de K_A^{CV} es nula pues se ha supuesto que este parámetro permanece fijo en este caso.

Ensayo	Parámetro	Desviación Típica σ	Radio de Curvatura ρ	Ángulo de Inclinación θ
E.F.M.ES. 4	σ'_{ho}	.599	1.337	-89.90
	$(t/s)_{ult}$	$3.906 e^{-5}$	$8.109 e^4$	-89.99
	S_i	5.354	$2.394 e^{-3}$	-88.87
	K_A^{CV}	0	-	-

Tabla 4.23. Análisis de incertidumbre a partir del algoritmo de Marquardt. Parámetros escalados.

En las Tablas 4.24 y 4.25 se recogen los resultados del análisis de incertidumbre llevado a cabo con el método de jackknife sobre simulaciones en las que se ha minimizado la función objetivo con un método directo.

Ensayo	Parámetro	Desviación Típica σ
E.F.C. 1	σ'_{ho}	.1117
	$(t/s)_{ult}$	$9.384 e^{-5}$
	S_i	1.414
	K_A^{CV}	0
E.F.C. 2	σ'_{ho}	.053
	$(t/s)_{ult}$	$5.824 e^{-5}$
	S_i	.683
	K_A^{CV}	0
E.F.C. 4	σ'_{ho}	9.695
	$(t/s)_{ult}$	$2.052 e^{-4}$
	S_i	195.297
	K_A^{CV}	0
E.F.C. 5	σ'_{ho}	.0405
	$(t/s)_{ult}$	$5.161 e^{-5}$
	S_i	.514
	K_A^{CV}	0

Tabla 4.24. Análisis de incertidumbre a partir del algoritmo Complex.

Concretamente en la Tabla 4.24 se presentan los resultados correspondientes a la variabilidad de los parámetros al emplear el método Complex. El parámetro que tiene una desviación típica menor es el $(t/s)_{ult}$. El caso E.F.C.5 es el

que presenta menores valores en la desviación típica de todos los parámetros. Al fijarse en la Tabla 4.10 se puede apreciar que en dicho experimento se obtienen unos parámetros muy buenos con el menor coste (ITN). En el resto de los casos E.F.C.1, E.F.C.2 y E.F.C.4 se obtienen también muy buenos parámetros pero con un coste mayor.

En la Tabla 4.25 se observan los resultados del análisis de incertidumbre cuando se ha empleado el algoritmo de Recocido Simulado como algoritmo de minimización. En este caso es preciso decir que al no fijar restricciones explícitas también se ha calculado la varianza del parámetro K_A^{CV} . La desviación típica de K_A^{CV} resulta ser la menor en todos los experimentos, mientras que la de S_i resulta ser la mayor. En ninguno de los tres experimentos sucede que las desviaciones típicas de cada uno de los parámetros sean menores que en el resto de los casos.

Ensayo	Parámetro	Desviación Típica σ
E.F.RS. 3	σ'_{ho}	.67
	$(t/s)_{ult}$	$.914 e^{-3}$
	S_i	15.974
	K_A^{CV}	$8.541 e^{-4}$
E.F.RS 4	σ'_{ho}	1.974
	$(t/s)_{ult}$	$.406 e^{-1}$
	S_i	12.967
	K_A^{CV}	$.306 e^{-1}$
E.F.RS. 5	σ'_{ho}	9.381
	$(t/s)_{ult}$.146
	S_i	59.58
	K_A^{CV}	.1285

Tabla 4.25. Análisis de incertidumbre a partir del algoritmo de Recocido Simulado.

4.6 CONCLUSIONES

En el presente capítulo se ha estudiado cuál es el comportamiento de la metodología desarrollada al aplicarla para la interpretación de un ensayo sintético

sobre arenas ficticias. El suelo arenoso se ha modelizado con el modelo de comportamiento de Ferreira y con el modelo de Drucker-Prager, cada uno definido por sus parámetros característicos. La mayor parte de los análisis se han realizado con el modelo de Ferreira, pues computacionalmente resulta mucho más barato que el de Drucker-Prager.

Como algoritmos de minimización de la función objetivo se han empleado el método indirecto de Marquardt y los métodos directos Complex y Recocido Simulado con Simplex. Cada uno de los ensayos sintéticos se ha intentado ajustar partiendo de diferentes valores admisibles de los parámetros. El rango de variación de cada parámetro se ha mantenido invariable en los métodos que permitían considerar restricciones explícitas, es decir, con el método de Marquardt y con el Complex.

Con el algoritmo de Marquardt se han conseguido buenos ajustes, con valores de la función objetivo muy bajos, en dos (E.F.M.1 y E.F.M.2) de los cinco casos estudiados (Tabla 4.2). Al escalar los parámetros se ha conseguido también ajustar el E.F.M.ES.4 (Tabla 4.5). En el resto (E.F.M.3 y E.F.M.5) los resultados obtenidos estaban lejos de los datos originales. Al introducir un error en los datos de presión de partida los resultados obtenidos —sin escalar los parámetros— son semejantes a los que se acaban de citar; únicamente se han conseguido ajustes buenos con las simulaciones E.F.M.R.1 y E.F.M.R.2 (Tabla 4.6) aunque con un coste computacional y un valor final de la función objetivo es mayor. Al aumentar el nivel de error se comprueba que el algoritmo de Marquardt es un algoritmo bastante estable.

El algoritmo Complex se ha comportado muy bien en todos los casos excepto en el E.F.C.3 (Tabla 4.10). Los parámetros finales obtenidos son muy próximos a los originales y los valores de la función objetivo muy bajos, aunque mayores que los obtenidos con el método de Marquardt. También se escalaron los parámetros pero los resultados obtenidos no aportaron ninguna mejora sobre el experimento E.F.C.3. La alteración con ruido de los datos de presión de partida ha permitido obtener buenos ajustes con los cinco experimentos, también con la E.F.C.3 (Tabla 4.11). Los valores de la función objetivo son superiores a los que figuran en la Tabla 4.10, excepto en la simulación E.F.C.3 que es evidentemente menor. Con el incremento del porcentaje de error esta tenden-

cia se ha mantenido, obteniéndose buenos ajustes aunque con parámetros óptimos distintos para niveles de ruido diferentes.

Con el algoritmo de Recocido Simulado se han presentado únicamente los resultados correspondientes a los tres últimos casos (E.F.RS.3, E.F.RS.4 y E.F.RS.5), aquellos que han dado mas problemas con los dos métodos de minimización citados anteriormente. Con los tres se han obtenido buenos ajustes (Tabla 4.15). Los valores de la función objetivo son bajos aunque superiores a los obtenidos con el Complex, en los casos que éste método conseguía ajustar el ensayo ficticio. Al escalar los parámetros no se consiguen mejores resultados. El ruido en los datos observados no impide que se consigan ajustar las curvas resultantes. Sin embargo los valores de la función objetivo son mayores, al igual que el coste computacional necesario (Tabla 4.16). Al aumentar el nivel de ruido los ajustes conseguidos son buenos, aunque la estabilidad del algoritmo, al igual que sucede con el Complex, es menor que la de Marquardt.

Con el modelo de Drucker-Prager únicamente se ha empleado el algoritmo Complex. Con él se ha comprobado que la metodología descrita es válida también para un modelo de material que no permite encontrar una solución analítica. Se ha intentado ajustar el ensayo sintético de partida partiendo de cinco vectores iniciales diferentes (Tabla 4.19). En todos los casos se han conseguido buenos ajustes (Tabla 4.21), el mejor ha correspondido al experimento E.F.C.3 (Tabla 4.21). El coste computacional, como resulta evidente, es muy superior al empleado cuando se ha trabajado con el modelo de Ferreira.

En lo que respecta al análisis de incertidumbre de los parámetros obtenidos al finalizar el proceso de minimización se puede decir que la metodología desarrollada permite obtener información de la incertidumbre sobre los parámetros óptimos alcanzados. Cuando se ha empleado el método de Marquardt se ha podido obtener información tanto de la desviación típica de cada parámetro como de su radio de curvatura (Tabla 4.22 y Tabla 4.23). En los casos en los que se ha producido un buen ajuste el valor de la desviación típica de cada parámetro es muy bajo. El parámetro del modelo de Ferreira que ha dado un mayor nivel de confianza con el algoritmo de Marquardt ha sido $(t/s)_{ult}$.

Cuando la optimización se ha llevado a cabo por métodos directos se ha obtenido información a cerca de la incertidumbre de los parámetros resultantes mediante el cálculo de la varianza por el método de jackknife. Con ella se ha podido determinar el valor de la desviación típica de cada parámetro. El parámetro más fiable sigue siendo $(t/s)_{ult}$ (Tabla 4.24).

Una vez comprobada la metodología de ajuste de parámetros con un conjunto de ensayos sintéticos se pasa, en el siguiente capítulo, a estudiar cuál es su comportamiento ante un conjunto de ensayos presiométricos reales llevados a cabo en celda de calibración.

5. Aplicación a ejemplos reales

5.1 INTRODUCCIÓN

En el capítulo anterior se ha analizado y verificado el comportamiento de la metodología presentada en esta tesis con un conjunto de ensayos ficticios. Ahora, en el presente capítulo, se aplica esta metodología a un conjunto de ensayos reales. Estos ensayos presiométricos se han llevado a cabo en celda de calibración con arenas del Ticino [Belloti *et al*, 1987]. En el Anexo III se presenta un breve estudio de estas arenas —comentando sus principales características—, se describen las fases que se han seguido en cada ensayo y se hace una relación de la instrumentalización empleada en cada uno de ellos.

Las muestras de arena sobre las que se ha realizado el ensayo presiométrico se han formado bajo distintas condiciones y presentan diferentes propiedades. Son muestras normalmente consolidadas o sobreconsolidadas valiéndose de un valor particular en cada caso, en las que una vez alcanzado el nivel de carga prefijado se imponen las condiciones de contorno apropiadas.

Concretamente se presentan en este capítulo los resultados obtenidos al aplicar la metodología descrita a tres ensayos: n° 222, n° 225 y n° 228. Todos ellos son ensayos presiométricos de carga-descarga, aunque únicamente se va a utilizar en esta tesis la fase de carga. Los tres han sido modelizados mediante el modelo elástico no lineal de Ferreira, mientras que sólo uno de ellos se ha modelizado además con el modelo de Drucker-Prager.

Las técnicas empleadas para la minimización de la función objetivo son las que se describen en el tercer capítulo de esta tesis, es decir, el método de Marquardt, el método Complex y el método de Recocido Simulado. Los resulta-

dos obtenidos con cada una de las técnicas de identificación de parámetros se comparan entre sí y, en los casos que es posible, con los resultados obtenidos por otros autores referidos a los mismos ensayos. También se lleva a cabo un estudio de la incertidumbre de los parámetros obtenidos en cada caso con el fin de poder saber el grado de fiabilidad de cada uno de ellos.

Se presentan a continuación los resultados obtenidos para cada uno de los tres ensayos citados.

5.2 ENSAYO PRESIOMÉTRICO n° 222

Este ensayo, al igual que los otros dos que se estudian en este capítulo, es un ensayo presiométrico drenado llevado a cabo en una celda de calibración. La historia de carga del ensayo n° 222 comienza con 150 KPa y llega hasta 734 KPa, está descrita por 93 escalones de carga y la deformación tangencial unitaria máxima de la membrana del presiómetro es del 10.19 %. En la Figura 5.1 se puede apreciar dicha historia de carga en una representación de eje vertical, presión radial sobre la pared de la cavidad presiométrica, y de eje horizontal, deformación tangencial en la pared de la cavidad. Las condiciones de contorno en la celda de calibración durante el ensayo se mantuvieron constantes, es decir, $\sigma_v = \text{cte}$ y $\sigma_h = \text{cte}$.

Las principales características del ensayo n° 222 quedan reflejadas en la Tabla 5.1. En ella se observa que la muestra de arena tiene una densidad relativa (DR) del 46.2 (%) después de la fase de consolidación. Los valores de las tensiones eficaces vertical y horizontal tras la fase de consolidación evaluadas a la profundidad correspondiente al centro de la membrana del presiómetro vienen dadas respectivamente por $\sigma'_{vo} = 114$ KPa y $\sigma'_{ho} = 98$ KPa. La presión de separación de la membrana del presiómetro del soporte rígido viene dada por $p_o = 144$ KPa. En condiciones ideales p_o debería coincidir con σ'_{ho} ; el hecho que esta coincidencia no tenga lugar puede deberse a varios motivos, entre ellos se cita [Manassero, 1987] la falta de precisión de los transductores que miden la deformación de la cavidad. El índice de sobreconsolidación tiene un valor de $OCR = 5.497$ y $K_o = 0.85$, cociente de σ'_h y σ'_v . Por último el peso específico de la muestra de arena en seco viene dado por $\gamma_o = 1.519$ t/m³.

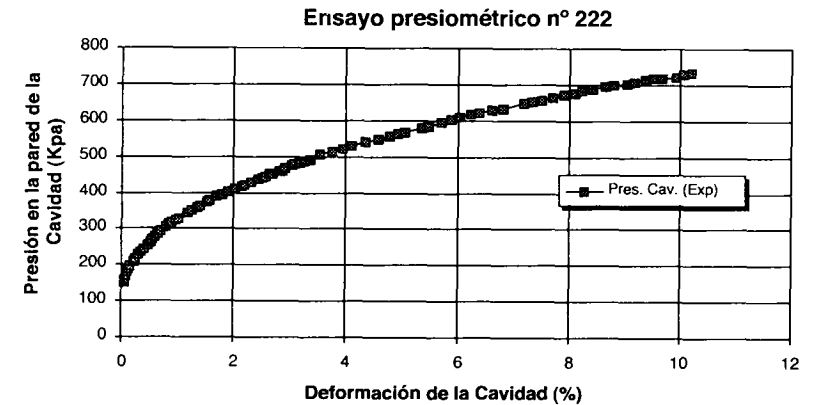


Figura 5.1. Curva de carga experimental del ensayo n° 222.

Ensayo n°	γ_o (t/m ³)	DR (%)	OCR	σ'_{vo} (KPa)	σ'_{ho} KPa	K_o	P_o (KPa)
222	1.519	46.2	5.497	114	98	.850	144

Tabla 5.1. Características generales de la muestra del ensayo presiométrico n° 222.

5.2.1 Resultados con el algoritmo de Marquardt

En primer lugar se ha resuelto el problema inverso del ensayo n° 222 mediante el algoritmo de Marquardt. En la Tabla 5.2 se presentan los valores iniciales de los parámetros del modelo de Ferreira, junto con los intervalos predeterminados de variación de cada uno de ellos. Se puede apreciar que, al igual que sucedía en los ensayos sintéticos, el parámetro que se refiere al ángulo de fricción a volumen constante (K_A^{CV}) se mantuvo fijo.

Parámetro	Valor inicial	Límite inferior	Límite superior
σ'_{ho} (KPa)	125	90	200
$(t/s)_{ult}$	1	0	5
S_i	400	10	700
K_A^{CV}	.2827	--	-

Tabla 5.2. Intervalos de variación y valores iniciales de los parámetros del modelo de Ferreira para el ensayo n° 222.

Se ha trabajado tanto con parámetros del modelo sin escalar como escalados. Las curvas de carga correspondientes a los valores óptimos de los parámetros en ambos casos se representan en la Figura 5.2. En ella se aprecia el mal ajuste obtenido con los parámetros sin escalar (Pres. Cav. Marq.) y un ajuste muy bueno al emplear parámetros escalados (Pres. Cav. Marq. esc.)

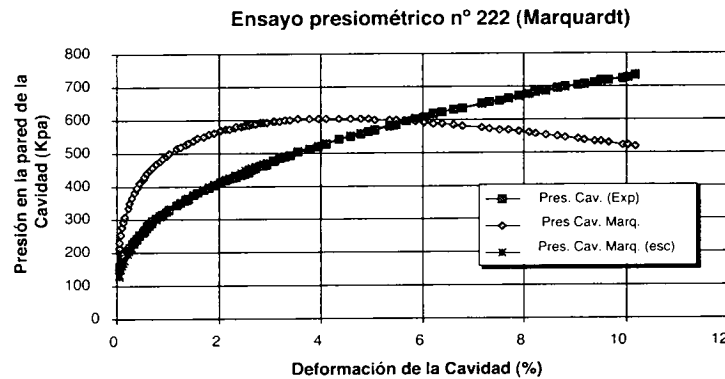


Figura 5.2. Optimización mediante el algoritmo de Marquardt. Parámetros sin escalar y escalados. Ensayo n° 222.

Los parámetros óptimos correspondientes a los dos análisis inversos quedan reflejados en la Tabla 5.3. En ella puede observarse la diferencia en el valor de la función objetivo (Fun. Obj.), que es mucho menor en el caso de escalar los parámetros. Este hecho se ha conseguido con un coste mayor (ITN y n° Evals.). En lo que respecta a los parámetros del modelo la diferencia más notable aparece en el parámetros (S_i).

Ensayo n° 222	σ'_{ho} (KPa)	$(t/s)_{ult}$	S_i	K_A^{CV}	ϕ' (o)	G_i (KPa)	v (o)	ITN	n° Evals.	Fun. Obj.	t (s)
Normal	100	.4823	100	.2827	28.83	4473.4	-6.041	24	38	1625770	77
Escalado	97.5	.5584	10	.2827	33.94	486.9	-.068	5125	7175	5629.6	4771

Tabla 5.3. Resultados de la optimización con el algoritmo de Marquardt. Parámetros sin escalar y escalados.

En la Figura 5.3 se aprecia claramente como el residuo en valor absoluto es menor y se distribuye más homogéneamente cuando hay un escalamiento de los parámetros (Residuo-Esc-Abs) que cuando no lo hay (Residuo-Abs).

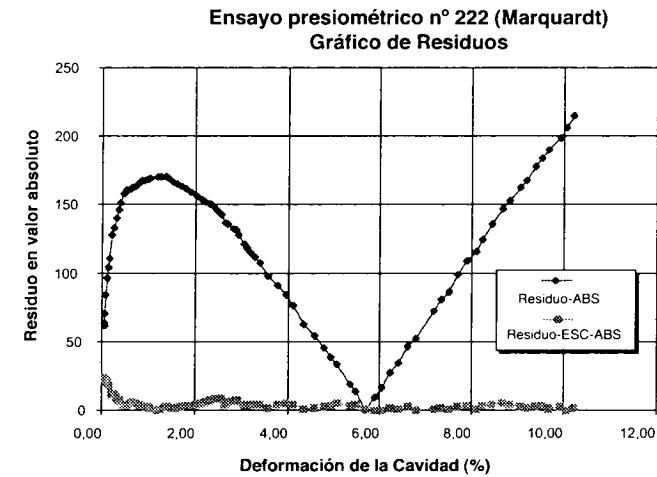


Figura 5.3. Residuo en valor absoluto. Ensayo n° 222.

5.2.2 Resultados con el algoritmo Complex

A continuación se muestran los resultados obtenidos al resolver el análisis inverso del ensayo n° 222 mediante el algoritmo Complex. Se presentan únicamente los resultados obtenidos sin escalar los parámetros ya que, al igual que se ha comentado en el capítulo anterior, al escalar los parámetros no se obtienen mejoras significativas. En la Figura 5.4 se representan los resultados

del proceso de optimización (Pres. Cav. Complex). Puede apreciarse un buen ajuste con la curva de carga experimental (Pres. Cav. Exp).

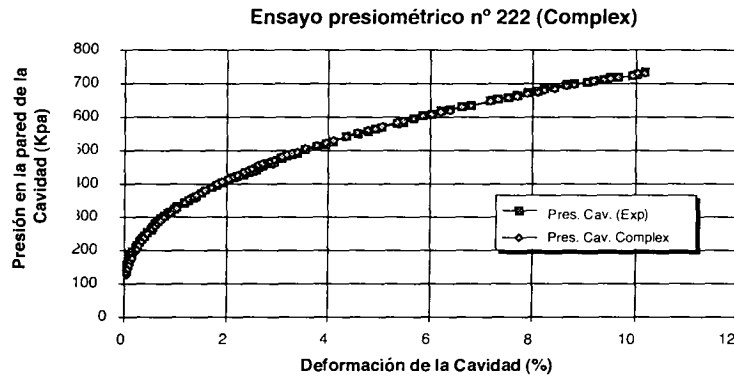


Figura 5.4. Optimización mediante el algoritmo Complex. Parámetros sin escalar. Ensayo n° 222.

5.5 se representan los resultados obtenidos para parámetros sin escalar. Los resultados escalando los parámetros no presentan mejoras significativas.

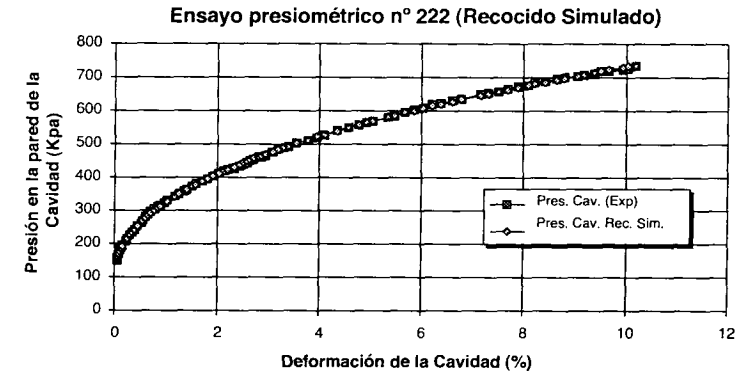


Figura 5.5. Optimización mediante el algoritmo de Recocido Simulado. Parámetros sin escalar. Ensayo n° 222.

En la Tabla 5.4 se indican los parámetros del modelo de Ferreira que han conseguido el ajuste óptimo de la curva de carga del ensayo n° 222. En ella puede observarse que el mínimo valor de la función objetivo es similar al obtenido con el algoritmo de Marquardt escalando los parámetros (Tabla 5.3) aunque el coste temporal es mucho menor con el algoritmo Complex. En lo que respecta a los parámetros óptimos son muy similares a los obtenidos escalando los parámetros en el caso de Marquardt.

Ensayo n° 222	σ'_{ho} (KPa)	$(t/s)_{ult}$	S_i	K_A^{CV}	ϕ' (o)	G_i (KPa)	v (o)	ITN	n° Evals.	Fun. Obj.	t (s)
Normal	95.47	.5584	10.58	.2827	33.94	504.5	-.058	29	413	6113.6	12

Tabla 5.4. Resultados de la optimización con el algoritmo Complex. Parámetros sin escalar.

En la Tabla 5.5 se muestran los parámetros óptimos obtenidos con el método de Recocido Simulado. Es importante recordar que la implementación realizada de este algoritmo no permite introducir condiciones explícitas para los parámetros. Por ello, para que los resultados de este análisis fueran comparables con los obtenidos por los otros métodos de optimización, se ha fijado dentro del programa desarrollado el valor del parámetro K_A^{CV} . De este modo se lleva a cabo un análisis inverso de tres parámetros sin restricciones. Por otro lado recordar también que Iter representa el número de iteraciones que deben realizarse antes de reducir el parámetro de control T. Además se puede observar que el valor de la función objetivo es menor que el obtenido con los métodos de Marquardt (Tabla 5.3) y Complex (Tabla 5.4). El número de evaluaciones de la función objetivo se encuentra entre el obtenido con el algoritmo de Marquardt escalando los parámetros (n° Evals=7833) y el obtenido mediante el algoritmo Complex (N° Evals=413).

5.2.3 Resultados con el algoritmo de Recocido Simulado

La metodología de ajuste de parámetros del ensayo n° 222 también se ha desarrollado con el método de Recocido Simulado con Simplex. En la Figura

Ensayo n° 222	σ'_{ho} (KPa)	$(t/s)_{ult}$	S_i	K_A^{CV}	ϕ' (o)	G_i (KPa)	v (o)	n° Evals.	Fun. Obj.	t (s)	Iter	T
Normal	137.88	.56	3.5	.2827	34.05	241.5	0.06	1292	575.2	79	20	1000

Tabla 5.5. Resultados de la optimización con el algoritmo de Recocido Simulado. Parámetros sin escalar.

5.2.4 Comparación de los resultados obtenidos para el ensayo n°222

En este apartado se representan en una sola gráfica los resultados obtenidos en el análisis inverso del ensayo n° 222 con el algoritmo de Marquardt, Complex y Recocido Simulado. En la Figura 5.6 se aprecia el buen ajuste de todos ellos excepto en el caso de emplear el algoritmo de Marquardt sin escalar los parámetros.

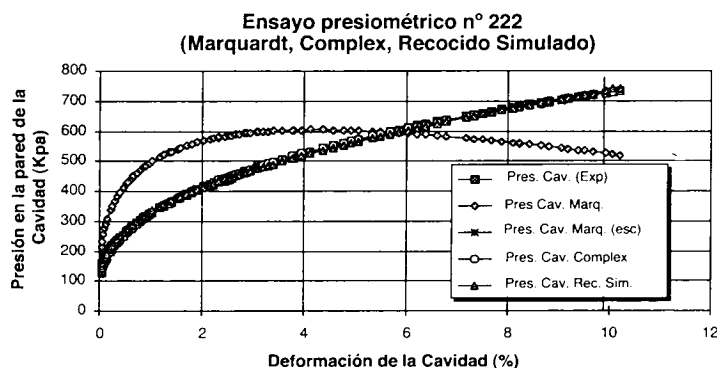


Figura 5.6. Optimización mediante los algoritmos de Marquardt, Complex y Recocido Simulado. Ensayo n° 222.

En la Tabla 5.6 se detallan los parámetros óptimos del modelo de Ferreira obtenidos en cada uno de los análisis y las características fundamentales de cada uno de los análisis desarrollados para el ensayo n° 222.

Ensayo n° 222	σ'_{ho} (KPa)	$(t/s)_{ult}$	S_i	K_A^{CV}	ϕ' (o)	G_i (KPa)	v (o)	n'' Evals.	Fun. Obj	t (s)
Marq. normal	100	.4823	100	.2827	28.83	4473.4	-6.041	38	1625770	77
Marq. Escalado	97.5	.5584	10	.28269	33.94	486.9	-.068	7833	5629.6	5230
Complex	95.47	.5584	10.58	.28279	33.94	504.5	-.058	413	6113.6	12
Rec. Simulado	137.8	.56	3.5	.2827	34.05	241.5	0.06	1292	575.2	79

Tabla 5.6. Resultados de la optimización con los algoritmos de Marquardt, Complex y Recocido Simulado. Ensayo n° 222.

5.2.5 Análisis de incertidumbre para el ensayo n° 222

El análisis de incertidumbre que se presenta para los tres ensayos sigue los pasos del que se ha desarrollado en el capítulo anterior para el conjunto de ensayos ficticios. A continuación se presentan los resultados del análisis de incertidumbre del ensayo n° 222. En la Tabla 5.7 se refleja la incertidumbre de los parámetros del modelo de Ferreira en cada uno de los análisis llevados a cabo.

Ensayo	Parámetro	Desviación Típica σ	Radio de Cur- vatura ρ	Ángulo de Inclinación θ
n° 222 Marquardt Parámetros sin escalar	σ'_{ho}	0	$7.45 e^{15}$	89.9
	$(t/s)_{ult}$	$2.82 e^{-3}$	$3.31 e^8$	-89.9
	S_i	0	$2.64 e^{16}$	89.9
	K_A^{CV}	0	-	-
n° 222 Marquardt Parámetros escalados	σ'_{ho}	3.19	1.106	89.8
	$(t/s)_{ult}$	$3.67 e^{-3}$	$3.41 e^6$	-89.9
	S_i	0	$1.21 e^{22}$	90
	K_A^{CV}	0	-	-
n° 222 Complex Parámetros sin escalar	σ'_{ho}	17.7		
	$(t/s)_{ult}$	$1.81 e^{-3}$		
	S_i	4.76		
	K_A^{CV}	0		
n° 222 R. Simulado Parámetros sin escalar	σ'_{ho}	1.664		
	$(t/s)_{ult}$	$1.97 e^{-4}$		
	S_i	$1.3 e^{-1}$		
	K_A^{CV}	-		

Tabla 5.7. Análisis de incertidumbre en el ensayo n° 222.

La fiabilidad de los parámetros del modelo de Ferreira en el análisis de Marquardt viene dada por la desviación típica (σ) de cada uno de ellos junto con el correspondiente radio de curvatura (ρ). Cuanto mayor es el radio de curvatura el valle correspondiente a ese parámetro es más ancho. La desviación

típica de K_A^{CV} es nula pues dicho parámetro se ha fijado de antemano. El parámetro ángulo de inclinación (θ) indica el grado de simetría de la función objetivo respecto a la solución obtenida. Esta simetría es tanto mayor cuanto más próximo esté el ángulo de inclinación de 0. Por el contrario, la fiabilidad de los parámetros óptimos obtenidos con los análisis Complex y Recocido Simulado viene dada únicamente por la desviación típica (σ) obtenida a partir de la varianza de jackknife. Comparando los resultados de estos dos últimos análisis si comprueba que se obtienen menores valores de σ en el análisis de Recocido Simulado. En dicho análisis no se hace referencia a la desviación típica de K_A^{CV} ya que se ha considerado directamente como constante.

5.3 ENSAYO PRESIOMÉTRICO n° 225

La historia de carga del ensayo presiométrico n° 225 en celda de calibración comienza con 120 KPa y llega hasta 938 KPa, está descrita por 95 escalones de carga y la deformación tangencial unitaria máxima que tiene lugar es del 10.5%. En la Figura 5.7 se puede apreciar dicha historia de carga en una representación de eje vertical, presión radial sobre la pared de la cavidad presiométrica, y de eje horizontal, deformación tangencial en la pared de la cavidad. Las condiciones de contorno en la celda de calibración durante el ensayo permanecieron constantes, es decir, $\sigma_v = cte$ y $\sigma_h = cte$.

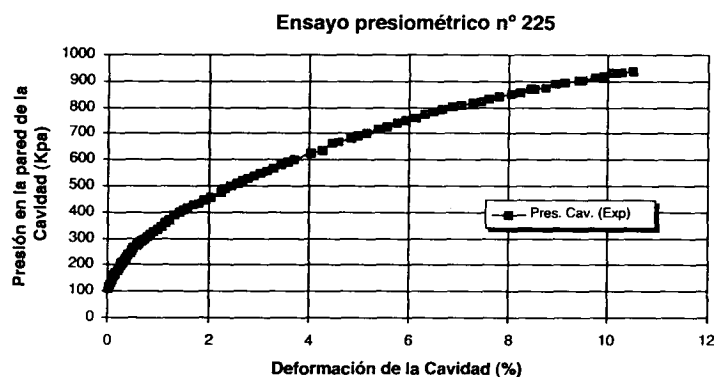


Figura 5.7. Curva de carga experimental del ensayo n° 225

En la Tabla 5.8 se indican las características de la muestra de arena con la que se ha llevado a cabo el ensayo n° 225. Puede observarse que dicha muestra tiene una densidad relativa después de la fase de consolidación mayor que la que tenía en el ensayo n°222 (Tabla 5.1). Los valores de las tensiones eficaces vertical y horizontal tras la fase de consolidación evaluadas a la profundidad correspondiente al centro de la membrana del presiómetro vienen dadas respectivamente por $\sigma'_{vo}=114$ KPa y $\sigma'_{ho}=89$ KPa. La presión de separación de la membrana del presiómetro del soporte rígido viene dada por $p_o=98$ KPa. Vemos que aquí también hay una pequeña diferencia entre σ'_{ho} y p_o . El índice de sobreconsolidación tiene un valor de $OCR=5.497$ semejante al que tenía en el ensayo n°222, y el valor de $K_o=0.775$. Por último el peso específico de la muestra de arena en seco viene dado por $\gamma_o=1.61$ t/m³.

Ensayo n°	γ_o (t/m ³)	DR (%)	OCR	σ'_{vo} (KPa)	σ'_{ho} KPa	K_o	P_o (KPa)
225	1.610	74.6	5.459	114	89	.775	98

Tabla 5.8. Características generales del ensayo presiométrico n° 225.

5.3.1 Resultados con el algoritmo de Marquardt

La metodología seguida para resolver el problema inverso del ensayo n° 225 ha sido la misma que se acaba de citar para el ensayo n° 222. En la Tabla 5.9 se presentan los valores iniciales de los parámetros del modelo de Ferreira, junto con los intervalos de variación de cada uno de ellos.

Parámetro	Valor inicial	Límite inferior	Límite superior
σ'_{ho} (KPa)	95	60	130
(t/s) _{ult}	1	0	5
S_1	400	10	700
K_A^{CV}	.2827	-	-

Tabla 5.9. Intervalos de variación y valores iniciales de los parámetros del modelo de Ferreira en la modelización del ensayo n° 225.

Las curvas de carga correspondientes a los valores óptimos de los parámetros al realizar el análisis inverso con parámetros sin escalar y escalados se encuentran representados en la Figura 5.8. En ella puede apreciarse que sucede algo parecido a lo que sucedía en la Figura 5.2. También aquí el ajuste obtenido sin escalar los parámetros es bastante malo (Pres. Cav. Marq.). Al escalarlos, la curva de carga resultante (Pres. Cav. Marq. esc) ajusta muy bien la curva de carga experimental (Pres. Cav. Exp).

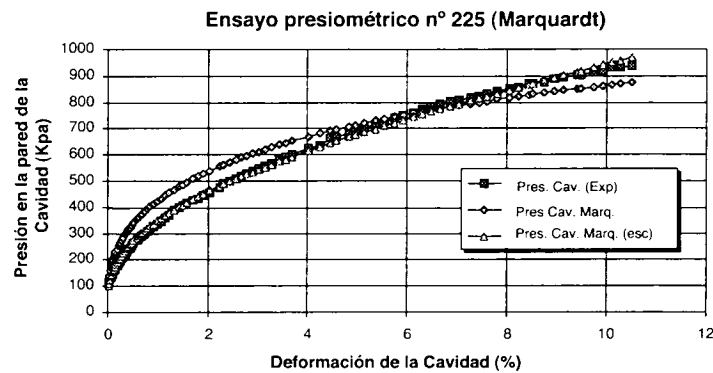


Figura 5.8. Optimización mediante el algoritmo de Marquardt. Parámetros sin escalar y escalados. Ensayo n° 225.

Los parámetros óptimos que corresponden con las curvas (Pres. Cav. Marq.) y (Pres. Cav. Marq. esc) se detallan en la Tabla 5.10. En ella puede apreciarse como se consigue un valor bastante mejor de la función objetivo escalando los parámetros. Igual que en el caso del ensayo n° 222 el parámetro del modelo que presenta mayor diferencia en los dos análisis es S_1 .

Ensayo n° 225	σ_{ho} (KPa)	(t/s)ult	S_1	K_A^{CV}	ϕ' (o)	G_i (KPa)	v (o)	ITN	n° Evals.	Fun. Obj.	t (s)
Normal	60	.5487	100	.2827	33.27	2954.5	-.868	21	33	343155.6	68
Escalado	63.22	.5733	34.9	.2827	34.98	1126.2	1.1197	13070	18221	13567.6	12614

Tabla 5.10. Resultados de la optimización con el algoritmo de Marquardt. Parámetros sin escalar y escalados. Ensayo n° 225.

En la Figura 5.9 se observa lo mismo que sucedía con el residuo en valor absoluto en el ensayo n° 222 (Figura 5.3), es decir éste resulta menor y más homogéneo cuando hay un escalamiento de los parámetros (Residuo-Esc-Abs) que cuando no lo hay (Residuo-Abs).

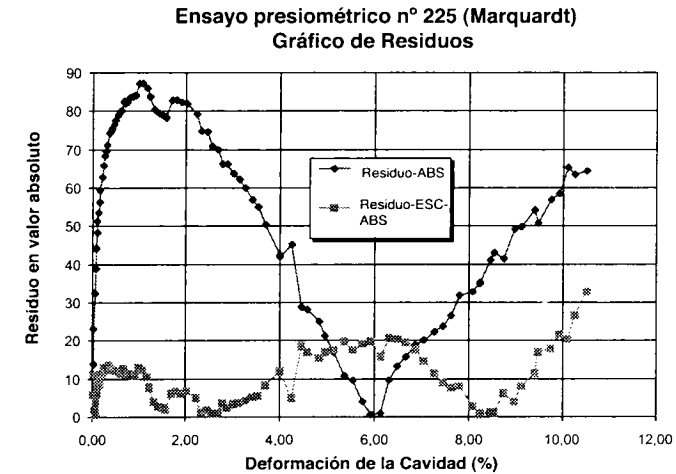


Figura 5.9. Residuo en valor absoluto. Ensayo n° 225.

5.3.2 Resultados con el algoritmo Complex

Los resultados obtenidos al resolver el análisis inverso del ensayo n° 225 mediante el algoritmo Complex se presentan en la Figura 5.10. El ajuste obtenido es bastante bueno, sobre todo al comienzo de la fase de carga. Sin embargo, ésta es la zona donde los resultados experimentales están más influenciados por la inserción del presiómetro. Por ello en ocasiones lo que se puede hacer es considerar únicamente los datos experimentales a partir de un porcentaje de deformación —por ejemplo 3%—, o bien ponderarlos crecientemente de modo que la influencia de la instalación del presiómetro en los parámetros finales sea mínima. Los resultados que se presentan se han obtenido sin escalar los parámetros del modelo.

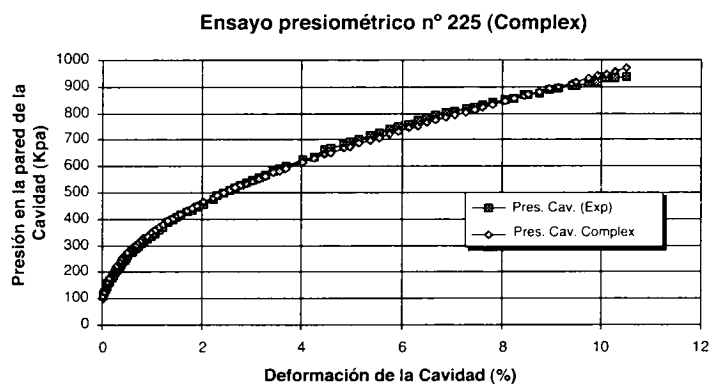


Figura 5.10. Optimización mediante el algoritmo Complex. Parámetros sin escalar. Ensayo n° 225.

En la Tabla 5.11 se indican los parámetros del modelo de Ferreira que han conseguido el ajuste óptimo de la curva de carga del ensayo n° 225. El mínimo valor de la función objetivo es prácticamente igual al obtenido con el algoritmo de Marquardt escalando los parámetros (Tabla 5.9) aunque el coste es mucho menor con el algoritmo Complex. En lo que respecta a los parámetros óptimos son también muy semejantes a los obtenidos escalando los parámetros en el caso de Marquardt.

Ensayo n° 225	σ'_{ho} (KPa)	$(t/s)_{ult}$	S_i	K_A^{CV}	ϕ' (o)	G_i (KPa)	v (o)	ITN	n° Evals.	Fun. Obj.	t (s)
Normal	63.2	.5735	34.7	.2827	35	1119.4	1.19	27	255	13610.8	10

Tabla 5.11. Resultados de la optimización con el algoritmo Complex. Parámetros sin escalar.

5.3.3 Resultados con el algoritmo de Recocido Simulado

La curva de carga resultante de la aplicación del algoritmo de Recocido Simulado con Simplex al ensayo n° 225 se representa en la Figura 5.11. Igual que en el caso de la optimización con el método Complex los resultados corresponden a parámetros sin escalar. El cuarto parámetro del modelo de Ferreira K_A^{CV} se ha considerado constante, de modo que se lleva a cabo un análisis

inverso con tres parámetros sin restricciones. También en este caso el ajuste es mejor al comienzo de la fase de carga por lo que los comentarios hechos en el apartado 5.3.2 encaminados a evitar la influencia del proceso de inserción del presiómetro son también aquí válidos

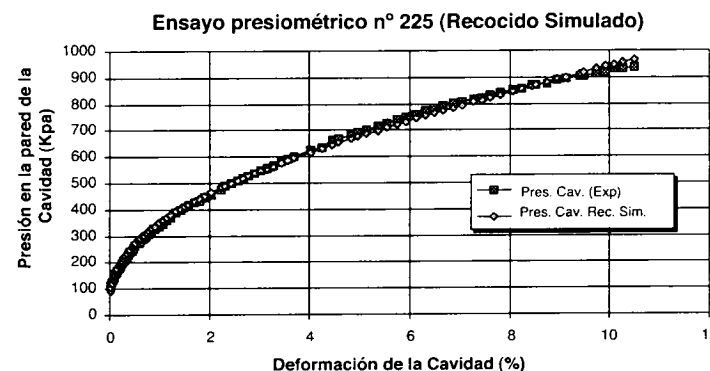


Figura 5.11. Optimización mediante el algoritmo de Recocido Simulado. Parámetros sin escalar. Ensayo n° 225.

En la Tabla 5.12 se muestran los parámetros óptimos obtenidos con el método de Recocido Simulado. El número de iteraciones (Iter) que deben realizarse para reducir el parámetro de control T también es 20. Se puede observar que el valor de la función objetivo es ligeramente menor que los valores alcanzados con el método de Marquardt (Tabla 5.10) y con el de Complex (Tabla 5.11). De los valores óptimos de los parámetros obtenidos el que presenta una homogeneidad mayor en todos los análisis es $(t/s)_{ult}$. El número de evaluaciones de la función objetivo se encuentra también aquí, entre el obtenido con el algoritmo de Marquardt escalando los parámetros (n° Evals=17895) y el obtenido mediante el algoritmo Complex (N° Evals=255).

Ensayo n° 225	σ'_{ho} (KPa)	$(t/s)_{ult}$	S_i	K_A^{CV}	ϕ' (o)	G_i (KPa)	v (o)	n° Evals.	Fun. Obj.	t (s)	Iter	T
Normal	34.4	.57	182	.2827	34.7	3181.7	.907	1297	12955.9	81	20	1000

Tabla 5.12. Resultados de la optimización con el algoritmo de Recocido Simulado. Parámetros sin escalar.

5.3.4 Comparación de los resultados obtenidos para el ensayo n°225

Los resultados obtenidos en el análisis inverso del ensayo n° 225 con los algoritmos de Marquardt, Complex y Recocido Simulado se presentan conjuntamente en la Figura 5.12. En ella pueden apreciarse cada uno de los ajustes y como éstos son mejores al comienzo de la fase de carga. Los resultados peores son los que se obtienen con el algoritmo de Marquardt sin escalar los parámetros.

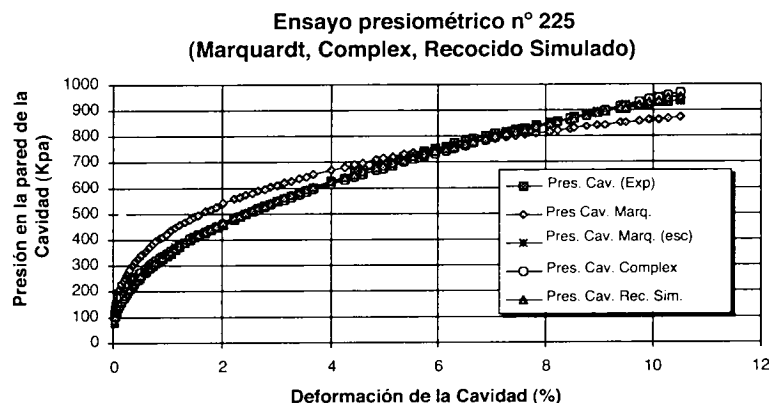


Figura 5.12. Optimización mediante los algoritmos de Marquardt, Complex y Recocido Simulado. Ensayo n° 225.

Los parámetros óptimos del modelo de Ferreira correspondientes a cada uno de los análisis inversos se presentan en la Tabla 5.13.

Ensayo n° 225	σ'_{ho} (KPa)	$(t/s)_{ult}$	S_i	K_A^{CV}	ϕ' (o)	G_i (KPa)	v (o)	n° Evals.	Fun. Obj.	t (s)
Marq. normal	60	.5487	100	.2827	33.27	2954.5	-.868	33	343155.	68
Marq. Escalado	63.22	.5733	34.9	.2827	34.98	1126.2	1.1197	17895	13567.6	11952
Complex	63.2	.5735	34.7	.2827	35	1119.4	1.19	255	13610.8	10
Rec. Simulado	34.4	.57	182	.2827	34.7	3181.7	.907	1297	12955.9	81

Tabla 5.13. Resultados de la optimización con los algoritmos de Marquardt, Complex y Recocido Simulado. Ensayo n° 225.

5.3.5 Análisis de incertidumbre para el ensayo n° 225

A continuación se presentan los resultados del análisis de incertidumbre del ensayo n° 225. En la Tabla 5.14 se refleja la incertidumbre de los parámetros del modelo de Ferreira en cada uno de los análisis llevados a cabo. Todo lo dicho para el ensayo n° 222 referente a las variables que indican la fiabilidad de cada uno de los parámetros en cada uno de los análisis inversos llevados a cabo es válido para el ensayo n° 225. Al comparar los resultados del análisis de Marquardt sin escalar los parámetros y escalándolos se obtienen mejores valores de σ en el análisis sin escalar los parámetros. En cuanto a los resultados del análisis de incertidumbre de los parámetros óptimos obtenidos mediante los dos métodos directos que se han desarrollado se obtienen menores valores de σ en el análisis de Recocido Simulado.

Ensayo	Parámetro	Desviación Típica σ	Radio de Curvatura ρ	Ángulo de Inclinación θ
n° 225 Marquardt	σ'_{ho}	0	$4.1 e^{16}$	90
	$(t/s)_{ult}$	$8.3 e^{-4}$	$1.02 e^7$	-89.9
	S_i	0	$7.4 e^{16}$	89.9
Parámetros sin escalar	K_A^{CV}	0	-	-
	σ'_{ho}	13.9	$3.232 e^2$	-89.9
	$(t/s)_{ult}$	$6.2 e^{-4}$	$1.95 e^7$	-89.9
Parámetros escalados	S_i	21.01	$3.15 e^2$	89.9
	K_A^{CV}	0	-	-
	σ'_{ho}	3.96		
n° 225 Complex	$(t/s)_{ult}$	$1.28 e^{-3}$		
	S_i	$5.74 e^2$		
	K_A^{CV}	0		
n° 225 R. Simulado	σ'_{ho}	28.7		
	$(t/s)_{ult}$	$6.78 e^{-4}$		
	S_i	$4.88 e^2$		
Parámetros sin escalar	K_A^{CV}	-		

Tabla 5.14. Análisis de incertidumbre en el ensayo n° 225.

5.4 ENSAYO PRESIOMÉTRICO n° 228

La historia de carga del ensayo presiométrico n° 228 se representa en la Figura 5.13. Dicho proceso de carga comienza con 208 KPa y llega hasta 1660 KPa, está descrita por 111 escalones de carga y la deformación tangencial unitaria máxima que tiene lugar es del 10.25 %.

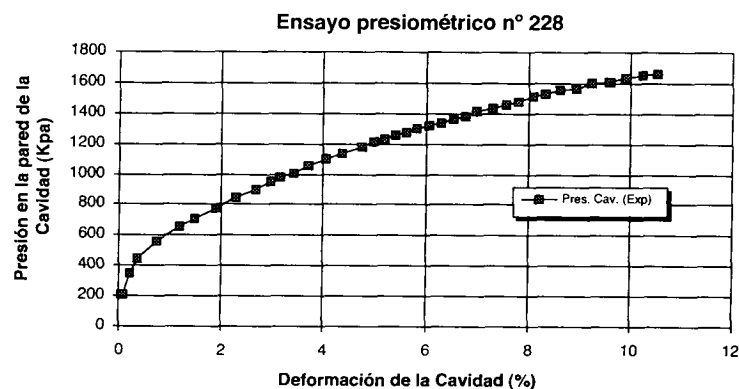


Figura 5.13. Curva de carga experimental del ensayo n° 228.

En la Tabla 5.15 se indican las características de la muestra de arena correspondiente al ensayo n° 228. La densidad relativa de la muestra tras la fase de consolidación es mayor que en los dos ensayos citados anteriormente. Es decir se trata de una arena más densa. Los valores de las tensiones eficaces vertical y horizontal tras la fase de consolidación evaluadas a la profundidad correspondiente al centro de la membrana del presiómetro vienen dadas respectivamente por $\sigma'_{vo}=528$ KPa y $\sigma'_{ho}=220$ KPa. La presión mínima para separar la membrana del presiómetro del soporte rígido viene dada por $p_o=212$ KPa. En este caso apenas hay diferencia entre σ'_{ho} y p_o , lo que quiere decir que las condiciones de instalación de la sonda presiométrica y de formación de la muestra de arena han sido prácticamente ideales. El índice de sobreconsolidación tiene un valor de $OCR=1$ lo que quiere decir que es una muestra normalmente consolidada. Las condiciones de contorno en la celda de calibración durante el ensayo fueron, como en los casos anteriores constantes, $\sigma_v=cte$ y $\sigma_h=cte$. Por último, el peso específico de la muestra de arena en seco viene dado por $\gamma_o=1.618$ t/m³.

Ensayo n°	γ_o (t/m ³)	DR (%)	OCR	σ'_{vo} (KPa)	σ'_{ho} KPa	K_o	P_o (KPa)
228	1.618	77	1	528	220	.417	212

Tabla 5.15. Características generales del ensayo presiométrico n° 228.

5.4.1 Resultados con el algoritmo de Marquardt

Los pasos seguidos con el ensayo n° 228 han sido los mismos que ya se han descrito para los ensayos n° 222 y n° 225. Se ha comenzado realizando un análisis inverso a partir de la curva de carga del ensayo n° 228 mediante el algoritmo de Marquardt. En la Tabla 5.16 se presentan los valores iniciales de los parámetros del modelo de Ferreira, junto con los intervalos de variación de cada uno de ellos.

Parámetro	Valor inicial	Límite inferior	Límite superior
σ'_{ho} (KPa)	200	140	300
$(t/s)_{ult}$	1	0	5
S_i	400	100	600
K_A^{CV}	.2827	–	–

Tabla 5.16. Intervalos de variación y valores iniciales de los parámetros del modelo de Ferreira en la modelización del ensayo n° 228.

En la Figura 5.14 se representan las curvas de carga correspondientes a los valores óptimos de los parámetros al realizar el análisis inverso con parámetros sin escalar (Pres. Cav. Marq.) y escalados (Pres. Cav. Marq. esc). En ambos casos los ajustes que se consiguen son aparentemente buenos no habiendo apenas diferencia entre uno y otro.

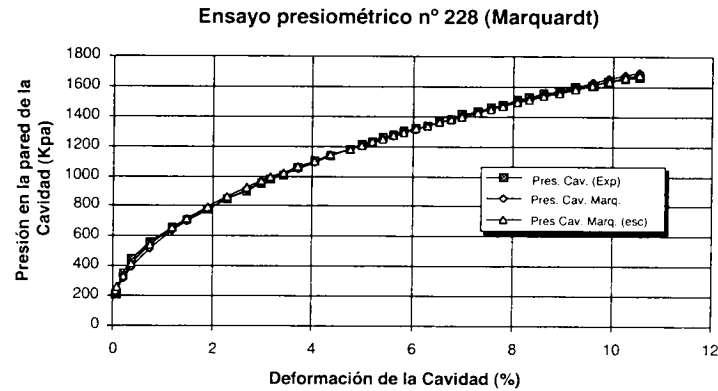


Figura 5. 14. Optimización mediante el algoritmo de Marquardt.
Parámetros sin escalar y escalados. Ensayo n° 228.

Las diferencias entre los dos análisis quedan reflejadas en la Tabla 5.17. En ella puede apreciarse que en esta ocasión no se consiguen mejores resultados escalando los parámetros. Pues aunque los parámetros finales del modelo son semejantes, el valor mínimo de la función objetivo es menor al no escalar los parámetros. Además resulta también más barato en tiempo.

Ensayo n° 228	σ'_{ho} (KPa)	$(t/s)_{ult}$	S_i	K_A^{CV}	ϕ' (o)	G_i (KPa)	v (o)	ITN	n° Evals.	Fun. Obj.	t (s)
Normal	166.25	.6542	600	.2827	40.85	57345	8.614	19	32	54702.4	60
Escalado	181	.635	600	.2827	39.44	60768	6.841	1376	1928	65587.8	787

Tabla 5.17. Resultados de la optimización con el algoritmo de Marquardt.
Parámetros sin escalar y escalados. Ensayo n° 228.

En la Figura 5.15 se representan en valor absoluto los residuos obtenidos al realizar el análisis inverso mediante el algoritmo de Marquardt sin escalar (Residuo-Abs) los parámetros y escalándolos (Residuo-Esc-Abs). En este caso las curvas resultantes son muy semejantes, incluso se puede apreciar que los residuos son menores sin escalar los parámetros. Esto se confirma al observar el valor óptimo de la función objetivo alcanzado en cada caso (Tabla 5.17) que es menor cuando se realiza el análisis inverso sin escalar los parámetros.

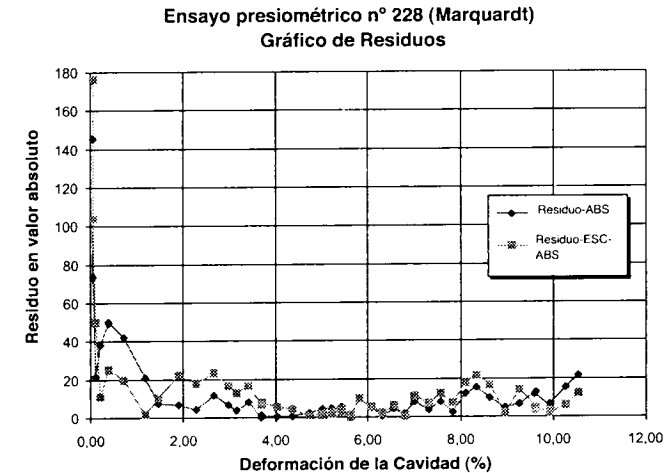


Figura 5.15. Residuo en valor absoluto. Ensayo n° 228

5.4.2 Resultados con el algoritmo Complex

Los resultados obtenidos al resolver el análisis inverso del ensayo n° 228 mediante el algoritmo Complex se presentan en la Figura 5.16. El ajuste obtenido es bastante bueno, sobre todo al final de la curva de carga. Como ya se ha comentado con anterioridad, esta es la porción de la curva de carga que interesa ajustar mejor pues no está influenciada por el proceso de colocación de la sonda. Como consecuencia es posible que los parámetros óptimos obtenidos con este método serán parámetros más realistas.

Los parámetros óptimos del modelo de Ferreira que han conseguido el mejor ajuste de la curva de carga del ensayo n° 228 se muestran en la Tabla 5.18. Como puede apreciarse se obtiene un valor de la función objetivo inferior al conseguido con el algoritmo de Marquardt (Tabla 5.17) a menor coste. En cuanto a los parámetros óptimos del modelo como se puede apreciar en las Tablas 5.17 y 5.18 son muy semejantes.

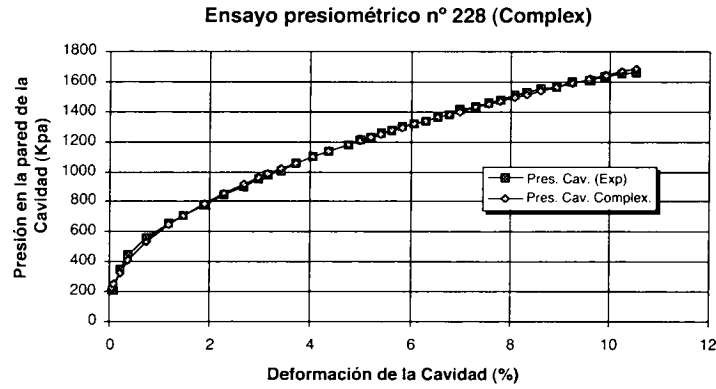


Figura 5.16. Simulaciones mediante el algoritmo Complex. Parámetros sin escalar y escalados. Ensayo n° 228.

Ensayo n° 228	σ'_{ho} (KPa)	$(t/s)_{ult}$	S_i	K_A^{CV}	ϕ' (o)	G_i (KPa)	v (o)	ITN	n° Evals.	Fun. Obj.	t (s)
Normal	174.4	.643	599.7	.2827	40	59245	7.5	30	430	11939.9	13

Tabla 5.18. Resultados de la optimización con el algoritmo Complex. Parámetros sin escalar.

5.4.3 Resultados con el algoritmo de Recocido Simulado

La curva de carga óptima resultante del análisis inverso mediante el algoritmo de Recocido Simulado con Simplex aplicado al ensayo n° 228 se representa en la Figura 5.17. Igual que en el caso de la optimización con el método Complex los resultados corresponden a parámetros sin escalar y el ajuste es de calidad uniforme a lo largo de toda la curva de carga.

En la Tabla 5.19 se muestran los parámetros óptimos obtenidos con el método de Recocido Simulado. El número de iteraciones (Iter) que deben realizarse para reducir el parámetro de control T es de 30. El valor de la función objetivo es ligeramente menor que el obtenido con el método de Complex (Tabla 5.18). El número de evaluaciones de la función objetivo es mayor que en la optimización mediante el método Complex (Tabla 5.18) y mediante el método de Marquardt sin escalar los parámetros (Tabla 5.17). Igual que en los dos ensa-

ños descritos anteriormente, al tomar $K_A^{CV} = cte$, el análisis inverso efectuado ha sido únicamente de tres parámetros sin restricciones explícitas.

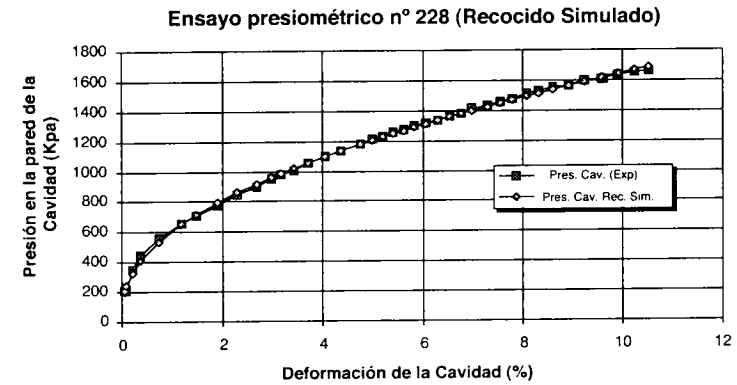


Figura 5.17. Optimización mediante el algoritmo de Recocido Simulado. Parámetros sin escalar. Ensayo n° 228.

Ensayo n° 228	σ'_{ho} (KPa)	$(t/s)_{ult}$	S_i	K_A^{CV}	ϕ' (o)	G_i (KPa)	v (o)	n° Evals.	Fun. Obj.	t (s)	Iter	T
Normal	152.06	.63	869.2	.2827	39.05	73307.9	6.27	1705	10921	87	30	1000

Tabla 5.19. Resultados de la optimización con el algoritmo de Recocido Simulado. Parámetros sin escalar.

5.4.4 Comparación de los resultados obtenidos para el ensayo n°228

Los resultados obtenidos en el análisis inverso del ensayo n° 228 con los algoritmos de Marquardt, Complex y Recocido Simulado se presentan conjuntamente en la Figura 5.18. En ella pueden apreciarse cada uno de los ajustes obtenidos y que todos ellos son muy semejantes.

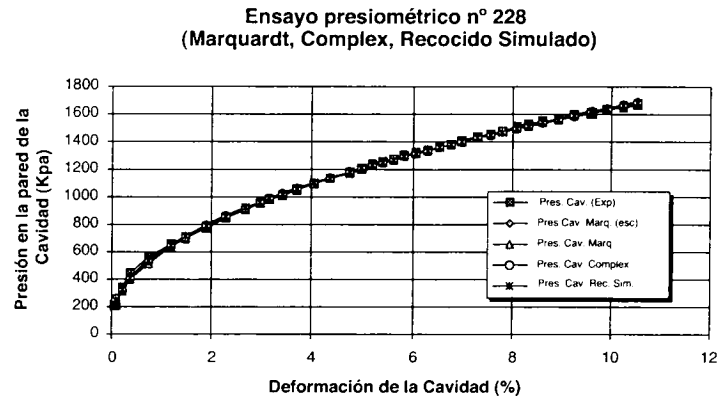


Figura 5.18. Optimización mediante los algoritmos de Marquardt, Complex y Recocido Simulado. Ensayo n° 228.

Las diferencias entre unos y otros pueden observarse con mayor detenimiento en la Tabla 5.20. En ella se han incluido los resultados para algunos parámetros obtenidos por otros autores que están disponibles para este ensayo [Manassero, 1987; Ferreira, 1992]. Se puede apreciar que todos se corresponden bastante bien. El parámetro del modelo de Ferreira que permanece más estable en todos los análisis es $(t/s)_{ult}$.

Ensayo n° 228	σ'_{ho} (KPa)	$(t/s)_{ult}$	S_i	K_A^{CV}	ϕ' (o)	G_i (KPa)	v (o)	n° Eva.	Fun. Obj.	t (s)
Marq. normal	166.25	.6542	600	.2827	40.85	57345	8.614	32	54702.4	60
Marq. Escalado	181	.635	600	.2827	39.44	60768	6.841	1836	65587.8	1234
Complex	174.4	.643	599.7	.2827	40	59245	7.5	430	11939.9	13
Rec. Simulado	152.06	.63	869.2	.2827	39.05	73307.9	6.27	1705	10921.9	87
Ferreira					40.8		8.6			
Hughes					41.9		10			
Robertson					44.3		13.5			
Manassero					43.9		12.7			

Tabla 5.20. Resultados de la optimización con los algoritmos de Marquardt, Complex, Recocido Simulado y los obtenidos por otros autores. Ensayo n° 228.

5.4.5 Análisis de incertidumbre para el ensayo n° 228

Los resultados del análisis de incertidumbre de los parámetros óptimos del modelo de Ferreira para el ensayo n° 228 quedan reflejados en la Tabla 5.21.

Ensayo	Parámetro	Desviación Típica σ	Radio de Curvatura ρ	Ángulo de Inclinación θ
n° 228 Marquardt Parámetros sin escalar	σ'_{ho}	4.33	$3.59 e^{-4}$	-13.39
	$(t/s)_{ult}$	$5.57 e^{-3}$	$1.35 e^5$	-89.9
	S_i	0	$1.107 e^{17}$	-89.9
	K_A^{CV}	0	-	-
n° 228 Marquardt Parámetros escalados	σ'_{ho}	184.36	$1.32 e^7$	-89.9
	$(t/s)_{ult}$.104	$9.32 e^7$	89.9
	S_i	390.24	$9.91 e^{19}$	-90
	K_A^{CV}	0	-	-
n° 228 Complex Parámetros sin escalar	σ'_{ho}	44.66		
	$(t/s)_{ult}$	$1.13 e^{-2}$		
	S_i	306.91		
	K_A^{CV}	0		
n° 228 R. Simulado Parámetros sin escalar	σ'_{ho}	15.5		
	$(t/s)_{ult}$	$3.74 e^{-3}$		
	S_i	$2.04 e^2$		
	K_A^{CV}	-		

Tabla 5.21. Análisis de incertidumbre en el ensayo n° 228.

En ella se indica la fiabilidad de cada uno de los parámetros de la misma forma que se ha citado para los dos ensayos anteriores. Puede apreciarse que de los análisis llevados a cabo con el método de Marquardt presentan menores valores de σ los parámetros obtenidos sin escalar los parámetros. En cuanto a los resultados del análisis de incertidumbre para los parámetros obtenidos a partir de los dos métodos directos estudiados se observa la misma tendencia que en los ensayos n° 222 y n° 225, es decir, los valores de σ son menores para los parámetros obtenidos mediante el método de Recocido Simulado.

5.5 ENSAYO PRESIOMÉTRICO N° 228: MODELO DE DRUCKER-PRAGER

El ensayo n° 228 se ha modelizado también con el modelo elastoplástico de Drucker-Prager con el fin de comprobar la metodología descrita con un modelo que permite una mejor descripción de la geometría del experimento. Las características de dicho ensayo son las ya citadas en la Tabla 5.15. Se han seguido los mismos pasos que se han citado en el apartado 4.4 del capítulo anterior, de modo que el análisis inverso se ha realizado únicamente con el método Complex. Además, la modelización del recinto donde tiene lugar el experimento presiométrico se ha realizado a partir de una fila de 17 elementos axisimétricos de 8 nodos. No se ha realizado análisis de incertidumbre de los parámetros obtenidos en el proceso de optimización.

En la Tabla 5.22 se presentan los valores iniciales de los parámetros del modelo de Drucker-Prager, junto con los intervalos de variación de cada uno de ellos. Puede observarse que en este caso no se ha fijado ningún parámetro, sino que se ha querido ver como se comportaba la metodología de optimización con todos los parámetros libres.

Parámetro	Valor inicial	Límite inferior	Límite superior
E (KPa)	474	100	1000
ν	.25	.23	.27
K (KPa)	15.9	10	30
ϕ°	34	33	38

Tabla 5.22. Intervalos de variación y valores iniciales de los parámetros del modelo de Drucker-Prager en la modelización del ensayo n° 228.

En la Figura 5.19 se representan la curva de carga del ensayo experimental n° 228 (Ensayo Experimental) y la obtenida tras el proceso de minimización de la función objetivo llevado a cabo con el método Complex (Respuesta Complej). Se puede apreciar que el ajuste conseguido únicamente es bueno en el último tramo de la curva de carga, aunque la deformación final es superior a la experimental. No se ha conseguido ajustar el primer tramo de la curva de carga en ningún caso; la deformación inicial obtenida con el modelo de Drucker-Prager siempre ha sido superior a la experimental.

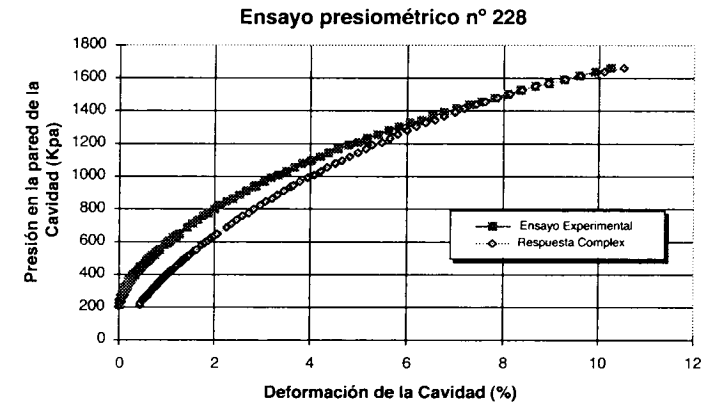


Figura 5.19. Optimización mediante el algoritmo Complex. Ensayo n° 228. Modelo de Drucker-Prager.

En la Tabla 5.23 se muestran los parámetros óptimos obtenidos con el método Complex. Llama la atención el tiempo empleado, que muestra perfectamente el coste que implica el no considerar una ley analítica de comportamiento. El hecho de que el valor final de la función objetivo sea mucho menor que el correspondiente de la Tabla 5.18 se debe a que —como ya se comentó al final del capítulo anterior— con el modelo de Drucker-Prager se ha calculado la función objetivo como la diferencia entre los valores experimentales y calculados de las deformaciones y no, como ocurre con el modelo de Ferreira, con los valores de las presiones sobre la pared de la cavidad.

Ensayo n° 228	E (KPa)	ν	K (Kpa)	ϕ° (o)	Iter	n° Evals.	Fun. Obj.	t (min)
Normal	442.48	.231	16.19	33.01	34	280	0.0287	2820

Tabla 5.23. Resultados de la optimización con el algoritmo Complex. Ensayo n° 228. Modelo de Drucker-Prager.

5.6 CONCLUSIONES

En el presente capítulo se ha aplicado la metodología presentada y desarrollada en esta tesis a un conjunto de ensayos presiométricos drenados realizados en celda de calibración. Concretamente se han considerado tres ensayos (n° 222, n° 225 y n° 228) realizados con arenas del Ticino estudiando únicamente la fase de carga de cada uno de ellos.

Los resultados obtenidos con cada uno de los métodos de optimización (Marquardt, Complex y Recocido Simulado) para cada uno de los ensayos han sido coherentes entre sí. En las Tablas 5.6, 5.13 y 5.20 pueden verse respectivamente —de un modo sintético— los resultados de los ensayos n° 222, n° 225 y n° 228. En general, puede decirse que los resultados obtenidos con los métodos directos (Complex y Recocido Simulado) sin escalar los parámetros del modelo de comportamiento de Ferreira son mejores que los obtenidos con el método de Marquardt. Con éste únicamente se obtienen buenos resultados escalando los parámetros del modelo, aunque el coste computacional es siempre mayor que el empleado por los métodos directos.

Comparando entre sí los resultados obtenidos con los métodos Complex y Recocido Simulado se puede afirmar que se obtienen menores valores de la función objetivo con el método de Recocido Simulado aunque con un coste mayor que el empleado por el método Complex. También son mejores los resultados del análisis de incertidumbre de los parámetros óptimos obtenidos con el método de Recocido Simulado.

Tanto la implementación realizada con el método de Marquardt como con el Complex permiten imponer restricciones explícitas a cada uno de los cuatro parámetros del modelo de Ferreira. En la mayor parte de los análisis el parámetro correspondiente al ángulo de fricción a volumen contante (K_A^{CV}) se ha mantenido fijo o prácticamente constante. Como ya se ha mencionado la implementación realizada con el algoritmo de Recocido Simulado no permite fijar restricciones explícitas. Pues bien, para que los resultados de la optimización llevada a cabo con el método de Recocido Simulado resultaran equiparables con los obtenidos a partir de los otros dos métodos se ha asignado directamente el valor correspondiente a K_A^{CV} llevándose a cabo en este caso un análisis inverso de sólo tres parámetros.

Por último, decir que se ha comprobado que la metodología desarrollada funciona bien con el modelo no analítico de Drucker-Prager, aunque únicamente se ha verificado con el método directo de optimización Complex. El coste computacional resulta muy elevado, lo que ha motivado que sólo se aplicase a la optimización de parámetros del modelo de comportamiento en el ensayo n° 228 y no se pudiese realizar un análisis de incertidumbre sobre los mismos.

6. Conclusiones y líneas futuras de investigación

En este trabajo de tesis se ha desarrollado una metodología de identificación automática de parámetros particularizada para la interpretación del ensayo presiométrico drenado sobre arenas. El estudio detallado de los fundamentos físicos y técnicos del ensayo presiométrico drenado —Capítulo I, Anexo I y Anexo III— ha permitido conocer en qué consiste dicho ensayo y seleccionar dos modelos de comportamiento adecuados para el material considerado.

Básicamente se puede decir que la metodología desarrollada tiene dos etapas: en primer lugar se han planteado en el Capítulo II dos modelos matemáticos de comportamiento del material arenoso (Ferreira y Drucker-Prager) que tienen en cuenta los fenómenos físicos que se producen durante la realización del experimento, y en segundo lugar, en el Capítulo III, se han analizado distintos métodos para la identificación de los parámetros característicos del material a partir de los datos experimentales disponibles.

La resolución del problema inverso se ha llevado a cabo considerando el proceso de identificación paramétrica como un problema de optimización. La función objetivo definida a partir de la teoría de la máxima verosimilitud se ha minimizado con el fin de conseguir el mejor ajuste entre los datos experimentales y los datos simulados.

La metodología de identificación de parámetros desarrollada se ha verificado con un conjunto de ensayos presiométricos ficticios, mostrándose sus resultados en el Capítulo IV. Se han empleado métodos de optimización tanto directos —Complex y Recocido Simulado— como indirectos —Marquardt— para la modelización llevada a cabo con el modelo analítico de Ferreira. Cada uno de los ensayos modelizados se ha acompañado de la información a cerca de la fiabilidad de cada uno de los parámetros. Con el modelo de comporta-

miento de Drucker-Prager, implementado en un método de elementos finitos, se ha empleado únicamente el método Complex.

En el Capítulo V se ha aplicado la metodología desarrollada a un conjunto de ensayos presiométricos drenados reales llevados a cabo sobre arenas en celda de calibración. Con ellos se han seguido los mismos pasos propuestos en el Capítulo IV. Los resultados obtenidos con el modelo de Ferreira mediante los tres métodos de optimización son coherentes entre sí, y ponen de manifiesto las ventajas de los métodos directos, en particular del método de Recocido Simulado. Los resultados del análisis de incertidumbre llevado a cabo en cada caso confirman este hecho.

Por tanto, se ha podido comprobar que los métodos directos estudiados constituyen una alternativa sencilla a los métodos clásicos basados en el cálculo del jacobiano y pueden resultar más eficaces y prácticos que éstos.

Los ajustes óptimos conseguidos en los ensayos presiométricos reales ponen de manifiesto que en ciertas ocasiones conviene ponderar de modo creciente los datos experimentales de la curva de carga con el fin de que la influencia de la inserción de la sonda, presente en los primeros pasos de la curva de carga, se reduzca lo más posible. Esta posibilidad, junto con el hecho de considerar únicamente los datos experimentales a partir de un determinado grado de deformación tangencial (3% ó 4%) serán considerados en el futuro para estudiar su influencia en los parámetros ajustados en cada caso.

También, como se ha visto en el Capítulo III, existe la posibilidad de introducir en la función objetivo información previa —cuando se disponga de ella— a cerca de los parámetros que se quieren identificar. De este modo se pueden conseguir parámetros más consistentes.

En lo que respecta a los métodos de optimización empleados, todos ellos han demostrado un buen comportamiento en los ensayos analizados. Tanto el método de Marquardt como el Complex permiten considerar intervalos de variación para cada uno de los parámetros del modelo, lo que hace que los parámetros óptimos obtenidos estén dentro de un rango físico adecuado. La adaptación considerada del método de Recocido Simulado no contempla la posibilidad de imponer restricciones explícitas. Por este motivo y para que los resultados obtenidos con este método de optimización fueran compara-

bles con los obtenidos con los otros dos métodos considerados, se ha fijado directamente, a partir de la información experimental disponible, un parámetro del modelo de Ferreira (K_A^{CV}) cuyo intervalo posible de variación es mínimo. Sin esta consideración los resultados obtenidos mediante el método de Recocido Simulado no serían coherentes con el resto. Por tanto, otra línea que queda abierta es implementar el método de Recocido Simulado de modo que sea posible incluir en el análisis los intervalos de variación de cada uno de los parámetros.

Se ha comprobado en el Capítulo IV, al estudiar la influencia del nivel de error de los datos experimentales sobre los parámetros óptimos finales, que el algoritmo de Marquardt es más estable que los algoritmos de búsqueda directa estudiados. Es decir, se obtiene prácticamente el mismo juego de parámetros con los datos experimentales sin ruido que introduciendo un ruido creciente. Este hecho conlleva que ensayos en los que el algoritmo de Marquardt no es capaz de ajustar la curva experimental sin ruido tampoco lo consiga al introducirlo. Sin embargo, tanto el método Complex como el de Recocido Simulado han logrado obtener parámetros buenos en todos los casos considerados aún cuando los errores crecían. Se podría concluir que para obtener un buen ajuste con el algoritmo de Marquardt es preciso partir de un punto muy próximo al juego de parámetros que han dado origen a la curva experimental, mientras que los métodos directos estudiados obtienen soluciones satisfactorias partiendo de puntos más dispares. Esta es otra de las ventajas de los métodos directos analizados.

La metodología descrita se ha verificado con las tres técnicas de optimización mencionadas. Es decir, los algoritmos elegidos y desarrollados han demostrado su eficacia para resolver el problema planteado. Ha quedado también patente la versatilidad de dicha metodología pues permite emplear otro tipo de técnicas de identificación diferentes a las consideradas. De hecho en el Capítulo III se hace referencia al método directo de los Algoritmos Genéticos pues próximamente se estudiará cuál es su comportamiento en el problema considerado. Además quedan abiertas otras líneas de investigación como son el estudio de algoritmos de búsqueda multidireccional [Dennis y Torczon, 1991] para los cuales se puede demostrar la convergencia global [Torczon, 1997] y, algoritmos que permitan abordar problemas geoméricamente no lineales con grandes deformaciones [Mahnken y Stein, 1997].

Otro de los factores que hacen referencia a la versatilidad de la metodología presentada en esta memoria de tesis es que puede ser válida y aplicable a muchos otros experimentos, no sólo del campo de la geotecnia. Para ello bastaría con desarrollar o disponer de modelos constitutivos adecuados que tengan en cuenta los fenómenos físicos que se producen durante la realización del experimento considerado. La posibilidad de trabajar con modelos no analíticos tratables computacionalmente mediante algún método de aproximación numérica —elementos finitos, diferencias finitas, ..— permite abordar el problema planteado más realísticamente, es decir, realizar análisis en dos y tres dimensiones, imponer condiciones de contorno realistas, trabajar con materiales no homogéneos, etc. En este sentido, tras haber validado la metodología presentada con el modelo de Drucker-Prager se pretende trabajar con modelos más adecuados a los suelos arenosos [Cambow *et al*, 1988; di Prisco *et al*, 1993; Bahda, 1997].

7. Bibliografía

- K. Arai; H. Ohta; K. Kojima (1984): Estimation of soil parameters based on monitored movement of subsoil under consolidation. *Soils and foundations* 4, 95-108 pags.
- K. Arai; H. Ohta; K. Kojima (1987): Estimation of nonlinear constitutive parameters based on monitored movement of subsoil under consolidation. *Soils and foundations* 1, 35-49 pags.
- J.H. Atkinson; P.L. Bransby (1978): *The Mechanics of soils. An introduction to critical state soil mechanics*. 1st ed. McGraw-Hill Book Company, Maidenhead, Berkshire, England. 375 pags.
- F. Baguelin; J.F. Jézéquel; E. Lemée; A. Le Méhauté (1972): Expansion of cylindrical probes in cohesive soils. *Soil Mech. Found. Div.*, 98, SM 11, 1129-1142 pags.
- F. Baguelin; J.F. Jezequel; D.H. Shields (1978): *The pressuremeter and foundation engineering*. Series on Rock and Soil Mechanics 2, n°4, . (Trans Tech Publication).
- R. Bahar (1992): *Analyse numerique de l'essai pressiometrique: application a l'identification de parametres de comportement des sols*. Docteur Thesis, Ecole Centrale de Lyon.
- F. Bahda (1997): *Etude du comportement du sable au triaxial*. PhD Thesis, ENPC-CERMES, Paris.
- G. Bakus (1970): Inference from inadequate and inaccurate data. I, II, III. *Proc. of the National Academy of Sciences* 65, 1-7, 281-287, 282-289 pags.
- G. Ballivy (Ed.) (1995): *The Pressuremeter and its New Avenues*. Proceedings of the 4th international symposium (Université de Sherbrooke, Québec, Canada). A. A. Balkema, Rotterdam. 487 pags.
- E.B. Becker; G.F. Carey; J.T. Oden (1981): *Finite elements. An introduction*. 1st ed. Vol. I. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey. 258 pags.
- C.J.P. Bélisle; H.E. Romeijn; R.L. Smith (1990): *Technical report*. Vol. 90-25. Department of industrial and operations engineering, Michigan. USA.

- G. Bellanova (1991): Modellazione numerica delle prove pressiometriche in camera di calibrazione per la sabbia del Ticino. Ingegnere Tesi di Laurea, Politecnico di Torino.
- R. Belloti; V. Crippa; V.N. Ghionna; M. Jamiolkowsky; P.K. Robertson (1987): Self-boring pressuremeter in pluvially deposited sands. Technical Report, ENEL CRIS, Milan.
- A. Boubanga (1990): Identification de parametres de comportement a partir de l'essai pressiométrique. Docteur Thesis, Ecole Centrale de Lyon.
- M.J. Box (1965): A new method of constrained optimisation and comparison with other methods. *The Comp. Journal* 8, 42-52 pags.
- B.D. Bunday (1985): *Basic Optimisation Methods*. 2nd ed. Edward Arnold, London.
- B. Cambou; J. Lanier (1988): Induced anisotropy in cohesionless soil, experiments and modelling. *Comp. and Geotechnics* 6, 291-311 pags.
- R.G. Campanella; J.A. Howie; J.P. Sully; P.K. Robertson (1990): Evaluation of cone pressuremeter tests in soft cohesive soils. *Int. Sym. on Pressuremeters*. Oxford Uni. Thomas Telford Ed. London, 125-135 pags.
- J. Carrera; S.P. Neuman (1986): El problema inverso de la hidrología subterránea: estado del arte y método de solución. *Rev. Int. de métodos numéricos para cálculo y diseño en ingeniería* 2, 3-25 pags.
- J. Carrera; E. Usnoff; F. Szidarovszky (1984): A method for optimal observation network design for groundwater management. *Journal of Hydrology* 73, 147-163 pags.
- B. Celada; J.M. Galera; A. Rodríguez Soto; P. Varona (1995): Determinación del módulo de elasticidad de formaciones arcillosas profundas. Vol. 01/95. Enresa, Madrid.
- E. Chacón; F. Miguez (1980): *Estadística aplicada*. 1st ed. Rugarte, S.L., Madrid. 787 pags.
- I. Charon; A. Germa; O. Hudry (1996): *Méthodes d'optimisation combinatoire*. Collection pédagogique de télécommunication ed. Masson, Paris.
- G. Chavent; M. Dupuy; P. Lemonnier (1975): History matching by use of optimal theory. *J. Soc. Pet. Eng.* 15, 74-86 pags.
- A. Civitini; L. Jurina; G. Gioda (1981): Some aspects of characterization problems in geomechanics. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.* 18, 487-503 pags.
- M.A. Crisfield (1991): *Non linear finite element analysis of solids and structures*. Vol. 1 (Essentials). John Wiley & Sons, Chichester.
- M.A. Crisfield (1997): *Non linear finite element analysis of solids and structures*. Vol. 2 (Advanced Topics). John Wiley & Sons, Chichester.
- L. Davis; F. Ritter (1987): Schedule optimization with probabilistic search. *Proceedings of the third conference on artificial intelligence applications* 1, 231-236 pags.
- G.M. Denby (1978): Self-boring pressuremeter study of th San Francisco Bay mud. Doctor Thesis, Stanford University.
- J.E. Dennis; V. Torczon (1991): Direct search methods on pararell machines. *Siam Journal Optim.* 1, 448-474 pags.
- C.S. Desai; H.J. Siriwardane (1984): *Constitutive laws for engineering materials*. 1st ed. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey. 468 pags.
- C. di Prisco; R. Nova; J. Lanier: A mixed isotropic kinematic hardening constitutive law for sand (1993). *Modern approaches to plasticity*, 83-124 pags. Balkema.
- A. Duijndam (1987): *Detailed Bayesian inversion of seismic data*. 1st ed. Delft Geophysical, Delft, Netherlands. 214 pags.
- J.M. Duncan; C.Y. Chang (1970): Non linear analysis of stress and strain soils. *Journal of the soil mechanics and foundation division - ASCE* 96, 1629-1653 pags.
- A.W.F. Edwards (1972): *Likelihood*. Cambridge University Press, Cambridge.
- B. Efron (1982): *The Jackknife, the Bootstrap and other resampling plans*. CBMS-NFS, Regional conference series in applied mathematics ed. SIAM, Philadelphia.
- B. Efron; R. Tibshirani (1997): *Improvements on Cross-Validation: the .632+ Bootstrap Method*. *American Statistical Association* 92, 548-560 pags.
- J.M. Enjalbert; F. Lacassagne; J.M. García (1993): *Méthode d'optimisation directe de type simplexe barycentrique*. *APII* 27, 625-644 pags.
- M.C. Ervin (1983): The pressuremeter in geotechnical investigations. *Proceedings of an extension course on in situ testing for geotechnical investigations*, Sidney, 49-63 pags.
- L.J. Eshelman (1995): *Proceedings of the sixth international conference on genetic algorithms*. Morgan Kaufmann, San Mateo. California. USA.
- R.S. Ferreira (1992): Interpretation of pressuremeter tests using a curve fitting technique. Doctor of Philosophy Thesis, Edmonton, Alberta.
- R.S. Ferreira; P.K. Robertson (1992): Interpretation of undrained self-boring pressuremeter test results incorporating unloading. *Canadian Geotechnical Journal* 29, 918-928 pags.

- R. Fletcher (1981): Practical methods of optimization. Vol. I y II. John Wiley, Chichester, UK.
- S. Forrest (1993): Proceedings of the fifth international conference on genetic algorithms. Morgan Kaufmann, San Mateo. California. USA.
- J.M. García; F. Lacassagne (1992): Etude de méthodes d'optimisation directes de type simplexe. Rapport LAAS N° 92502.
- A. Gens; A. Ledesma; E.E. Alonso (1986): Parameter identification from line-wise observation measurements. Europ. Conf. Num. Meth. Geomech 2.
- A. Gens; A. Ledesma; E.E. Alonso (1987): Maximum likelihood parameter and variance estimation in geotechnical backanalysis. 5th. Int. Conf. Appl. Statist. and Probab. in Soil and Struct. Eng. 2, 613-621 pags.
- A. Gens; A. Ledesma; E.E. Alonso (1990): Caracterización del terreno mediante técnicas de identificación de sistemas. E.T.S. d'Enginyers de Camins; UPC, Barcelona.
- A. Gens; A. Ledesma; E.E. Alonso (1996): Estimation of parameters in geotechnical backanalysis II: Application to a tunnel excavation problem. Computers and Geotechnics 18, 29-46 pags.
- V.N. Ghionna; M. Jamiolkowski; S. Pedroni; S. Piccoli (1995): Cone pressuremeter test in Po river sand. The pressuremeter and its new avenues. Ballivy Ed., 471-480 pags.
- R.E. Gibson; W.F. Anderson (1961): In-situ measurement of soil properties with the pressuremeter. Civil Engng. Publ. Wks. Rev 56, n° 658, 615-618 pags.
- G. Gioda (1979): A numerical procedure for defining the values of soil parameters affecting consolidation. Proc. 7th. E. Conf. SMFE 1, 169-172.
- G. Gioda (1980): Indirect identification of the average elastic characteristics of rock masses. Int. Conf. on Structural Foundations on Rock 1, 65-73.
- J.J. Grefenstette (1985): Proceedings of the first international conference on genetic algorithms. Lawrance Erlbaum Associates, Hillsdale. USA.
- A. Hasanov (1995): An inverse problem for an elastoplastic medium. SIAM J. Optimization 5, 1736-1752 pags.
- M.A.N. Hendriks (1991): Identification of the mechanical behaviour of solid materials. door Thesis, Eindhoven. 109 pags.
- Hiriant-Urruty; Lemaréchal (1993): Convex anlysis and minimization algorithms. Vol. I y II. Springer, USA.
- R. Hooke; T.A. Jeeves (1961): Direct search solution of numerical and statistical problems. J. Assn. Comp. Mach. 8, 212-229 pags.
- G.T. Houlsby; B.G. Clarke; C.P. Wroth (1986): Analysis of the unloading of a pressuremeter in sand. Proc. 2nd Symp. The pressuremeter and its marine applications . ASTM STP 950, 2456-2462 pags.
- G.T. Houlsby; F. Schnaid (1994): Interpretation of shear moduli from cone pressuremeter tests in clays. Géotechnique 44-1, 147-194 pags.
- G.T. Houlsby; N.J. Withers (1988): Analysis of the cone pressuremeter test in clay. Géotechnique 38, 4, 575-587 pags.
- T.J.R. Hughes (1987): The finite element method. Linear static and dinamic finite element analysis. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey. 803 pags.
- J.M.O. Hughes; P.K. Robertson (1985): Full displacement pressuremeter testing in sands. Canad. Geotech. 22, n°3.
- J.M.O. Hughes; C.P. Wroth; D. Windle (1977): Pressuremeter tests in sands. Geotechnique 27, n°1, 453-477 pags.
- I. Juran; B. Mahmoodzadegan (1989): Interpretation procedure for pressuremeter tests in sand. Geotech. Engrg. Div., ASCE 115, 11, 1617-1632 pags.
- M.G. Jefferies (1988): Determination of horizontal geostatic stress in clay with self-bored pressuremeter. Canad. Geotech. 25, 559-573 pags.
- J.F. Jézéquel; J.L. Lamy; M. Perrier (1982): Mise en oeuvre du pressio-pénétrómètre LPC à l'aide du BSMVA de la société Techniques Louis Ménard. Proc. Symp. Press. and its Marine Applications. Paris, 287-299 pags.
- N. Kikuchi (1986): Finite element methods in mechanics. Cambridge University Press, Cambridge. 423 pags.
- S. Kirkpatric (1984): . Journal of statistical physisc 34, 975-986 pags.
- L. Kirsch (1996): An introduction to the mathematical theory of inverse problems. Springer, USA.
- R.L. Kondner; J.S. Zelasko (1963): A hyperbolic stress-strain formulation for sands. Pro. 2nd Pan-American conference on soil mechanics ond foundation engineering. Sao Paulo, Brasil, 289-324 pags.
- B. Ladanyi (1963): Evaluation of pressuremeter test in granular soils. Proc. 2nd Pan-American Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering (SMFE), Sao Paulo, 1, 2-20 pags.
- B. Ladanyi (1972): In-situ determination of undrained stress-strain behaviour of sensitive clays with the pressuremeter. Canad. Geotech. 9, 313-319 pags.
- B. Ladanyi (1995): A brief history of the pressuremeter. The pressuremeter and its new avenues., 5-23 pags. 4th international simposium Quebec. AA Balkema 1995.

- A. Ledesma (1987): Identificación de parámetros en geotecnia. Aplicación a la excavación de túneles. Doctor Tesis, UPC, Barcelona.
- A. Ledesma; A. Gens; E.E. Alonso (1986): Identification of parameters in a tunnel excavation problem. 2nd. Int. Symp. Num. Models Geom. 1, 333-344 pags.
- A. Ledesma; A. Gens; E.E. Alonso (1996): Estimation of parameters in geotechnical backanalysis I: Maximun likelihood approach. Computers and Geotechnics 18, 1-27 pags.
- A. Ledesma; A. Gens; E.E. Alonso (1996): Parameter and variance estimation in geotechnical backanalysis using prior information. International journal for numerical and analytical methods in geomechanics 20, 119-141 pags.
- R.J. Lisle (1992): Least squares best-fit circles (with applications to Mohr's diagram). Mathematical Geology 24, 455-461 pags.
- R. Mahnken; E. Stein (1997): Parameter identification for finite deformation elasto-plasticity in principal directions. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 147, 17-39 pags.
- R.J. Mair; D.M. Wood (1987): Pressuremeter testing. Methods and interpretation. A review of the use of pressuremeters for in-situ testing. CIRIA Ground engineering report.
- M. Manassero (1987): Un nuovo approccio all'interpretazione della prova pressiométrica in sabbia. Dottore Thesis, Politecnico di Torino.
- M. Manassero (1989): Stress-strain relationship for drained self-boring pressuremeter tests in sands. Géotechnique 39, 3, 293-307.
- D.W. Marquardt (1963): An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. SIAM J. Optimization XI, 431-441 pags.
- D.W. Marquardt (1970): Generalized inverses, ridge regression, biased linear estimation, and nonlinear estimation. Technometrics 12, 591-612 pags.
- L. Menard (1957): An apparatus for measuring the strength of soils in place. Doctor Thesis, Illinois.
- N. Metropolis; A. Rosenbluth; M. Rosenbluth; A. Teller; E. Teller (1953): . Journal of chemical physics 21, 1087-1092 pags.
- Z. Michalewicz (1996): Genetic algorithms + data structures = evolution programs. Springer, USA.
- Z. Michalewicz; J. Krawczyk; M. Kazemi; C. Janikow (1990): Genetics algorithms and optimal control problems. Proceedings of the 29th IEEE conference on decision and control 1, 1664-1666 pags.

- Y. Murata; N. Sugawara (1995): The push-in LLT with water tank immediately above a probe. The pressuremeter and its new avenues. Ballivy Ed, 201-214 pags.
- R. Nagra; R. Frank (1986): Contributions numériques et analytiques à l'étude de la consolidation autour du pressiomètre. Rapport de recherche LPC n° 137, LCPC, 75732 Paris Cedex.
- J.C. Nash; M. Walter-Smith (1987): Non linear parameter estimation. Vol. 82. Marcel Dekker Inc, New York. 493 pags.
- A. Nelder; R. Mead (1965): A simplex method for function minimization. The Comp. Journal 7, 308-313 pags.
- S.P. Neuman; S. Yakowitz (1979): A statistical approach to the inverse problem of aquifer hidrology. 1, Theory. Water Resources 15, 845-860 pags.
- J.P. Norton (1988): An introduction to identification. 2nd ed. Academic Press Limited, London. 310 pags.
- R.H.J.M. Otten; L.P.P. Ginneken (1989): The annealing algorithm. Kluwer, Boston. USA.
- D.R.J. Owen; E. Hinton (1986): Finite elements in plasticity. Theory and practice. 3rd ed. Pineridge Press Limited, Swansea, U.K.
- A.C. Palmer (1972): Undrained expansion of a cylindrical cavity in clay; A simple interpretation of the pressuremeter test. Géotechnique 22, 451-457 pags.
- J.M. Parkinson; D. Hutchinson (1972): An investigation into the efficiency of variants on the simplex method. F.A. Lootsma, Academic Press.
- M.J.D. Powell (1964): An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derivatives. Computers Journal 7, 155-162 pags.
- W.H. Press; S.A. Teukolsky; W.T. Vetterling; B.P. Flannery (1992): Numerical recipes in C. 2nd ed. Cambridge University Press, Cambridge.
- J.H. Prévost; K. Hoeg (1975): Analysis of pressuremeter test in strain softening soil. Geotech. Engrg. Div., ASCE 101, GT8, 717-732 pags.
- A.S. Rikov (1983): Simplex algorithms for unconstrained optimization. Problems of control and information theory 12, 195-208 pags.
- P.K. Robertson; J.M.O. Hughes (1986): Determination of properties of sand from self-boring pressuremeter tests. The pressuremeter and its marine applications. Second International Symposium, Tejas, 283-302 pags.
- R. Rodríguez Pons-E; F.J. Elorza (1995): Modelización numérica del comportamiento de arenas en celda de calibración. XIV CEDYA, Vic.

- R. Rodríguez Pons-E; F.J. Elorza (1996): Caracterización de arenas en celda de calibración mediante técnicas de problema inverso. III SEMNI, Zaragoza.
- R. Rodríguez Pons-E; F.J. Elorza (1997): El ensayo presiométrico en la caracterización de arenas mediante técnicas de problema inverso. XII CN Ingeniería Mecánica, Bilbao.
- R. Rodríguez Pons-E; F.J. Elorza (1997): Ajuste automático de parámetros de una ley elastoplástica mediante una técnica de elementos finitos. XV CED-YA, Vigo.
- P.W. Rowe (1962): The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact. *Proc. Royal Soc.* 269, 500-527.
- P.W. Rowe (1972): Stress-strain relationships for particulate materials at equilibrium. ASCE, Purdue University. Lafayette.
- S. Sakurai; K. Takeuchi (1983): Back analysis of measured displacements of tunnels. *Rock Mech. and Rock Eng.* 16, 173-180.
- F.J. Samper; J. Carrera (1990): Geoestadística. Aplicaciones a la hidrología subterránea. 1st ed. Centro internacional de métodos numéricos en ingeniería, Barcelona. 484 pags.
- W. Spendley; G.R. Hext; F.R. Himsworth (1962): Sequential applications of simplex designs in optimization and evolutionary operation. *Technometrics* 4, 441-461 pags.
- A. Tarantola (1988): Inverse problem theory. Methods for data fitting and model parameter estimation. 2nd ed. Elsevier Science Publishers, Amsterdam. 613 pags.
- A.N. Tikhonov (1963): Solution of ill-posed problems and the regularization method. *Soviet Math. Dokl.* 4, 1035-1038 pags.
- V. Torczon (1991): On the convergence of the multidirectional search algorithm. *Siam J. Optimization* 1, 123-145 pags.
- V. Torczon (1997): On the convergence of pattern search algorithms. *SIAM J. Optimization* 7, nº 1, 1-25 pags.
- D. Vanderbilt; S.G. Louie (1984): Continuous minimization by simulated annealing. *Journal of computational physics* 56, 259-271 pags.
- A.S. Vesic (1972): Expansion of cavities in infinite soil mass. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations, ASCE*, 98.
- N.J. Withers; L.H.J. Schaap; C.P. Dalton (1986): The development of a full-displacement pressuremeter. *The pressuremeter and its marine applications.* Texas, USA, 38-56 pags.

- D.M. Wood (1990): Soil behaviour and critical state soil mechanics. I ed. Cambridge University Press, Cambridge. 462 pags.
- C.P. Wroth (1982): British experience with the self-boring pressuremeter. *Symposium on the pressuremeter and its marine applications, Paris*, 143-163 pags.
- C.P. Wroth (1984): The interpretation of in-situ soil tests. *Géotechnique* 34, 449-489 pags.
- C.P. Wroth; J.M.O. Hughes (1973): An instrument for the in situ measurement of the properties of soft clay. *Proceedings of 8th Conf. Soil Mech. Found. Engrg. I, Moscou*, 486-494 pags.
- C.P. Wroth; D. Windle (1975): Analysis of the pressuremeter test allowing for volume change. *Géotechnique* XXV(3), 598-604 pags.
- O.C. Zienkiewicz; R.L. Taylor (1967): The finite element method in structural and continuum mechanics. McGraw-Hill, London.
- J. Zijlstra; J.H. Dane (1996): Identification of hydraulic parameters in layered soils based on quasi-Newton method. *Journal of Hydrology* 181, 233-250 pags.
- J. Zijlstra; J.H. Dane (1996): Identification of hydraulic parameters in layered soils based on a quasi-Newton method. *Journal of Hydrology* 181, 233-250 pags.
- H.M. Zuidberg; M.L. Post (1995): The cone pressuremeter: an efficient way of pressuremeter testing. *The pressuremeter and its new avenues.* Ballivy Ed., 387-394 pags.

Anexo I Tipos de presiómetros y revisión histórica de algunos métodos de interpretación

AI.1 INTRODUCCIÓN

Desde que Menard presentó su presiómetro a comienzos de los cincuenta se han desarrollado varios prototipos de presiómetro con el fin de poder estudiar adecuadamente el comportamiento de medios diferentes sometidos a condiciones distintas. Cada uno de ellos debe ser capaz de afrontar razonablemente las siguientes cuestiones: adecuarse a un determinado tipo de material, posibilidades de realizar ensayos tanto tierra adentro (on-shore) como tierra afuera (off-shore), minimizar la alteración del medio al insertar el presiómetro, minimizar la influencia del operador en los resultados del ensayo, la repetitividad, el coste mínimo del ensayo y disponer de una metodología de interpretación de los resultados que permita determinar los parámetros de comportamiento característicos del medio ensayado.

Teniendo en cuenta estas cuestiones se va a hacer en primer lugar en el presente anexo una breve referencia a los cuatro tipos de ensayos presiométricos más frecuentes que se corresponden con cuatro tipos de presiómetros. Dos de ellos, el ensayo presiométrico con pre-perforación (SBPT, Self Boring Pressuremeter Test) y el ensayo presiométrico autoperforante (PBPT, Pre Bored Pressuremeter Test) se suelen emplear tierra adentro, y los otros dos, el ensayo presiométrico por empuje (PIPT, Push-In Pressuremeter Test) y el ensayo presiométrico de desplazamiento total (FDPT, Full Displacement Pressuremeter Test) se emplean la mayor parte de las veces mar adentro.

Posteriormente se hace una revisión histórica de los principales métodos de interpretación del ensayo presiométrico haciendo especial hincapié en los ensayos drenados sobre suelos arenosos. Se detallan las hipótesis de partida

de cada metodología, el tipo de datos empleado, el campo de aplicación, sus ventajas e inconvenientes.

AI.2 TIPOS DE PRESIÓMETROS

AI.2.1 Presiómetro con pre-perforación o de Menard (PBP)

Este tipo de ensayo presiométrico se lleva a cabo en el interior de un sondeo perforado previamente. Como ya se ha comentado fue desarrollado por Menard en la década de los cincuenta. Durante la década de los sesenta únicamente la empresa fundada por Menard —*Téchniques Louis Menard*— tenía la posibilidad y el derecho de realizar todos los ensayos presiométricos, pues todos los presiómetros existentes se fabricaban y eran propiedad de la empresa mencionada. En 1969 Menard decidió comenzar a vender los presiómetros y ceder a otras empresas las licencias necesarias para realizar los ensayos. Con los resultados obtenidos en los ensayos se definieron las reglas de interpretación del ensayo presiométrico que fueron publicadas en 1963 [Menard, 1963; Gambin, 1963] y analizadas y contrastadas posteriormente [Baguelin *et al.*, 1978].

El principal inconveniente que presenta este ensayo es la alteración que sufre el medio que circunda a la perforación. En medios arcillosos rígidos o en rocas blandas la alteración no es demasiado importante. Sin embargo, en medios granulares la alteración puede ser notoria impidiendo que se puedan repetir los resultados al repetir el ensayo; de modo que la incertidumbre de los resultados del ensayo puede ser muy alta. En la Figura AI-3 [Ferreira, 1992] se muestra la representación ideal de la respuesta de este ensayo.

AI.2.2 Presiómetro autoperforante (SBP)

Este es el presiómetro que se ha empleado en los ensayos que se analizan en este trabajo. Por describirse con detenimiento en el Anexo III ahora únicamente se resaltan algunas consideraciones. En la década de los setenta se desarrolló el SBP en un intento de evitar la pre-perforación [Jézéquel, 1973; Wroth y Hughes, 1973; Baguelin *et al.*, 1974; Windle y Wroth, 1977], que como ya se ha dicho era fuente de alteraciones en el medio. El presiómetro autoperforante realiza él mismo la perforación a medida que se va introduciendo en el terreno. De esta

forma se evitan o se reducen en gran medida las alteraciones y los desmoronamientos en la pared interior del sondeo. Este presiómetro presenta problemas en medios rígidos, pues muchas veces le resulta muy difícil penetrar en ellos. En cualquier caso la posible alteración causada por la inserción del presiómetro quedará reflejada en el tramo inicial de la fase de carga. Por este motivo cuando se lleva a cabo la interpretación de estos ensayos se suelen considerar únicamente las deformaciones a partir de un 4% o un 5%, o bien se ponderan de modo creciente los datos a medida que progresa la fase de carga. De este modo se da una importancia mayor a la porción de la curva de carga menos influenciada por la alteración de la perforación. En la Figura AI-4 [Ferreira, 1992] se presenta una respuesta ideal de este tipo de ensayo.

AI.2.3 Presiómetro de empuje (PIP)

Se desarrolló a finales de los setenta tratando de evitar, como en el caso anterior la perforación previa [Henderson *et al.*, 1979; Reid *et al.*, 1982]. A principios de los 80 comenzó su comercialización y desde entonces se han llevado a cabo diversas mejoras y/o variantes. Este tipo de presiómetro se emplea mar adentro (off-shore) en suelos arcillosos blandos. Se trata en realidad de un presiómetro acoplado a un tubo de toma de muestras de tal modo que se puede obtener una muestra inalterada del medio a la vez que se produce la instalación. La inserción del dispositivo se lleva a cabo gracias al borde cortante situado en el extremo inferior del tubo de muestras (Figura AI-1).

Una vez insertado el tubo se realiza el ensayo presiométrico. La membrana se encuentra adherida por sus extremos inferior y superior a la pared del tubo de toma de muestras y para evitar que sufra daños durante la inserción del dispositivo está protegida con dos abrazaderas. La expansión volumétrica de la membrana se mide mediante el nivel del depósito de agua, que forma parte del dispositivo, situado por encima de la membrana [Murata *et al.*, 1995]. Este nivel varía en función de la presión que se aplica al sistema mediante un gas (N_2) a alta presión. Con este dispositivo se pueden comparar los valores de la resistencia cortante no drenada obtenidos con la muestra inalterada —obtenida con el tubo de toma de muestras— y con el ensayo presiométrico in-situ. En la Figura AI-5 [Ferreira, 1992] se muestra una respuesta ideal de este ensayo.

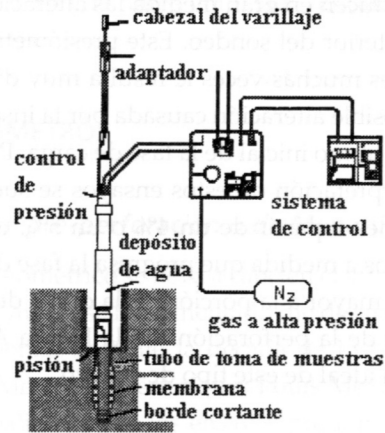


Figura AI-1. Presiómetro PIP.

AI.2.4 Presiómetro de desplazamiento total (FDP)

En los últimos años y en relación sobre todo con los trabajos mar adentro (off-shore) se ha desarrollado el presiómetro de desplazamiento total -FDP- [Hughes y Robertson, 1985; Withers *et al.* 1986], también llamado presiopetrómetro [Jézéquel *et al.*, 1982] ó presiómetro de cono —CP— [Campanella *et al.*, 1990; Houlsby y Schnaid, 1994].

Se trata en realidad de un presiómetro acoplado a un penetrómetro cónico [Figura. AI-2; Zuidberg *et al.*, 1995]. El penetrómetro cónico (Cone Penetration Test-CPT) proporciona buena información a cerca de las propiedades de resistencia del suelo pero apenas suministra información sobre su deformabilidad. El ensayo presiométrico se lleva a cabo cuando se interrumpe el proceso de inserción del penetrómetro. La membrana del presiómetro está protegida por un conjunto de tiras de acero inoxidable que se unen por sus extremos al cuerpo del presiómetro para impedir que ésta sufra deformaciones indeseables al introducir o extraer el FDP [Ghionna y Jamiolkowski; 1995].

Este procedimiento produce una alteración grande del volumen de suelo sobre el que se va a realizar el ensayo presiométrico —zona tensionalmente cargada— por lo que la expansión de la membrana deberá ser suficiente-

mente grande para recoger información de la zona no alterada. La interpretación de estos ensayos se realiza normalmente sobre la curva de la fase de descarga o de contracción de la membrana. Además las medidas de deformación obtenidas con el presiómetro se pueden relacionar con las medidas de resistencia del penetrómetro para una misma profundidad. Se trata de un ensayo que fácilmente puede repetirse y que no depende del personal que en cada caso realice el ensayo. En la Figura AI-6 [Ferreira, 1992] puede verse una representación ideal de este tipo de ensayo.

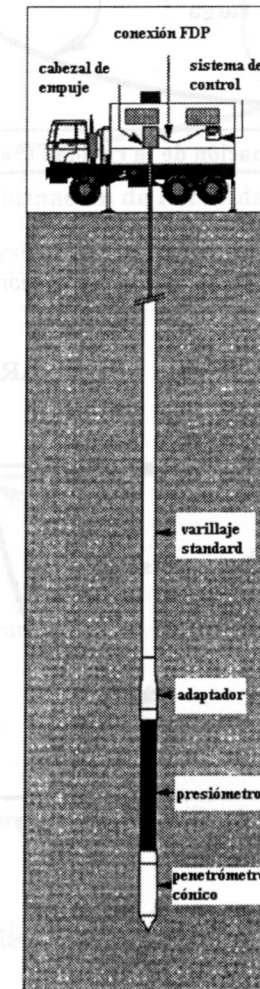


Figura AI-2. Presiómetro FDP.

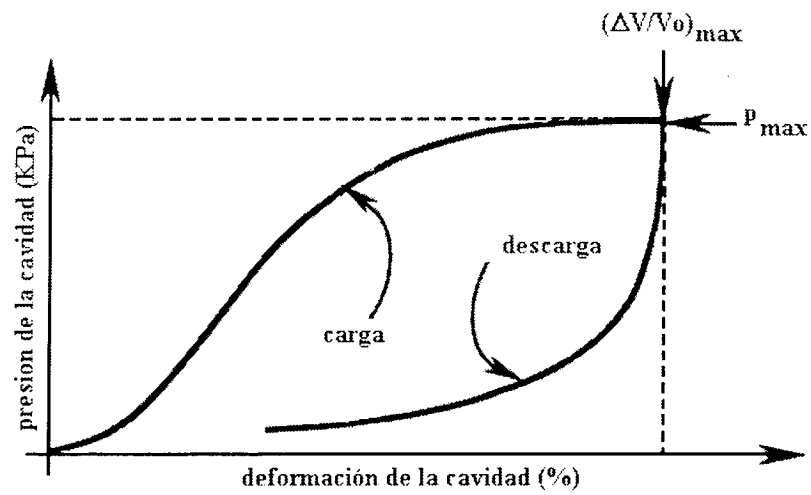


Figura A1-3. Respuesta ideal de un ensayo con presiómetro con preperforación.

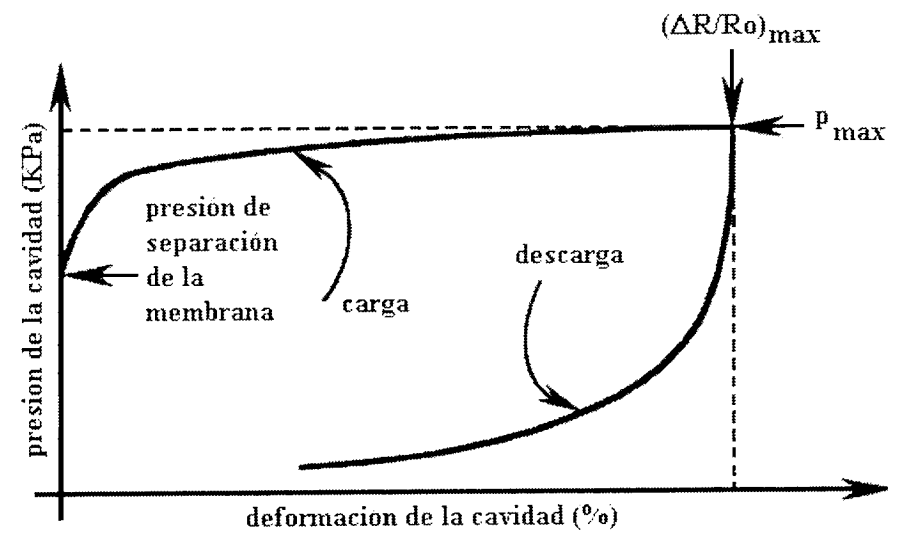


Figura A1-5. Respuesta ideal de un ensayo con presiómetro de empuje.

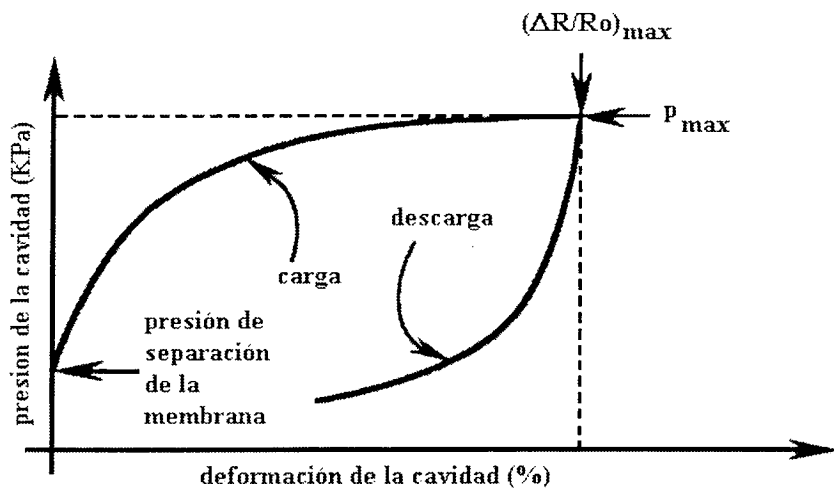


Figura A1-4. Respuesta ideal de un ensayo con presiómetro autoperforante.

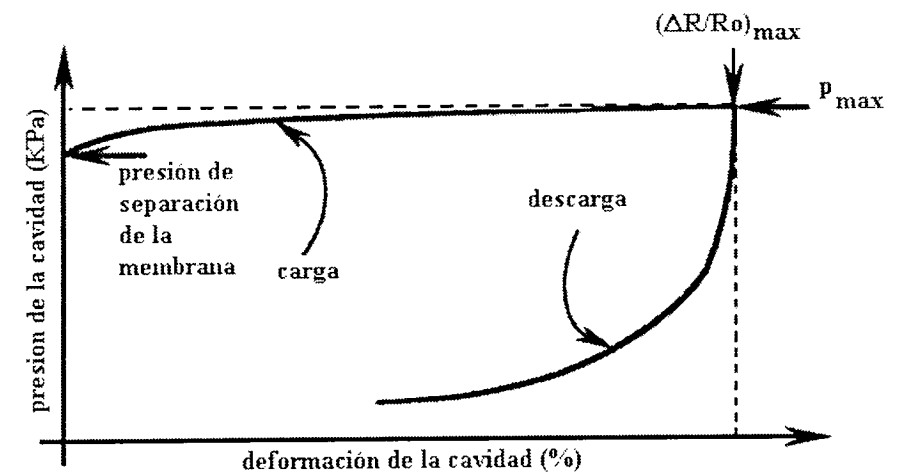


Figura A1-6. Respuesta ideal de un ensayo con presiómetro de desplazamiento total.

AI.3 REVISIÓN HISTÓRICA DE ALGUNOS MÉTODOS DE INTERPRETACIÓN

AI.3.1 Introducción

Todos los métodos de interpretación que han surgido en las últimas décadas, algunos de los cuales se van a presentar brevemente a continuación, tienen sus ventajas e inconvenientes, parten de ciertas hipótesis, presentan sus limitaciones y tienen campos de aplicación concretos.

Cualquier método de interpretación de los datos procedentes de un ensayo presiométrico considera al menos los cinco aspectos siguientes:

- El suelo debe ser modelizado mediante una ley constitutiva realista.
- Un ensayo presiométrico completo aporta información tanto en la curva de carga como en la de descarga.
- La inserción de cualquier herramienta en el medio va a provocar una alteración del mismo.
- La metodología desarrollada debe ser consistente, repetible y fácil de aplicar.
- Los cálculos matemáticos necesarios deben poderse realizar, a ser posible, con programas verificados y validados.

Dependiendo del tipo de material que se estudie los métodos de interpretación deberán ser capaces de suministrar información sobre diferentes parámetros. Así, si el medio donde se realiza el ensayo es arcilloso se prestará atención especial al módulo cortante, a la tensión horizontal *in situ*, a la resistencia cortante no drenada, al coeficiente horizontal de consolidación, a las tensiones efectivas y a la presión de poro. Si el medio es arenoso interesará el módulo cortante, la tensión horizontal inicial *in situ*, la presión de poro inicial y los ángulos de resistencia al corte y dilatancia. En medios débilmente rocosos será importante la información del módulo cortante, de la tensión horizontal inicial, de la resistencia cortante no drenada y la influencia de las grietas o fisuras.

Teniendo en cuenta las cinco consideraciones citadas se presenta a continuación una breve descripción de los métodos de interpretación que más repercusión han tenido en la historia de la interpretación del ensayo presiométrico.

Los métodos que se citan se refieren a la interpretación tanto de ensayos sobre medios arenosos como sobre medios arcillosos, prestando especial atención a los ensayos drenados por ser el tipo de ensayos sobre los que se valida el método de interpretación propuesto es esta tesis. En principio estos métodos se ordenan según sea la ley de comportamiento utilizada una ley tensión-deformación clásica o bien, una ley que se obtiene a partir de los datos experimentales.

AI.3.2 Ley de comportamiento tensión-deformación clásica

AI.3.2.1 Ley de comportamiento elástica-lineal.

Método de Baguelin et al (1978) y Mair y Wood (1987)

Representa la solución más simple al problema del ensayo presiométrico. Las hipótesis de partida son las siguientes:

- Se idealiza como la expansión de una cavidad cilíndrica de longitud infinita.
- Se suponen deformación plana y axisimetría.
- El comportamiento del suelo es elástico lineal.
- El suelo es isótropo y homogéneo.

Con todo ello el estado de tensiones y deformaciones en los alrededores del presiómetro puede ser determinado con tan sólo dos parámetros: el módulo de Young y el coeficiente de Poisson. Los resultados de este método se han mostrado únicamente aceptables para los primeros estadios del experimento presiométrico. A medida que la deformación de la cavidad aumenta —hasta llegar a ser mayor que el 10%— los resultados son menos fiables.

AI.3.2.2 Ley de comportamiento rígido perfectamente plástica.

Método de Hughes (1977)

Este es un método que ha sido ampliamente aceptado debido a su sencillez y a la credibilidad de los resultados obtenidos para medios granulares. Se emplea en ensayos SBP. Considera las hipótesis siguientes:

- Teoría de expansión de una cavidad cilíndrica de longitud infinita.
- Deformación plana y axisimetría.
- Medio homogéneo e isótropo.
- Contempla el cambio de volumen del suelo.
- Ley constitutiva tipo rígido-plástica.

Los cambios de volumen se consideran lineales con la deformación cortante. No precisa de la determinación a priori de ciertos parámetros en ensayos de laboratorio. Los datos presiométricos se representan en un sistema de coordenadas con escala bilogarítmica, dependiendo la pendiente de la recta que se obtiene del ángulo de fricción y del ángulo de dilatancia. Estos ángulos pueden determinarse a partir de la ley de la dilatancia de Rowe [1962] considerando conocido el ángulo de fricción a volumen constante. Una interpretación completa de esta metodología incluye también la determinación del módulo cortante a partir de los ciclos de descarga-recarga, y de la presión horizontal inicial a partir de la presión de separación de la membrana (lift-off pressure) en ensayos SBP. El inconveniente principal que presenta esta metodología es la falta de representatividad de los parámetros obtenidos con la información suministrada por la curva de carga. Esto ocurre siempre que se produzca alteración del medio al introducir la sonda. Cuando la alteración del medio durante la realización del ensayo es grande los datos obtenidos no permiten que aparezca una línea recta en la representación bilogarítmica lo que pone de manifiesto que esta metodología puede ser únicamente empleada cuando se dispone de datos precedentes de ensayos donde la alteración del medio ha sido mínima. Por esta razón es un método que puede proporcionar resultados muy buenos sobre todo en arenas densas.

AI.3.2.3 Ley de comportamiento elástico lineal perfectamente plástica.

Método de Gibson y Anderson (1961)

Esta metodología ha sido empleada con buenos resultados fundamentalmente en materiales arcillosos. En un principio se desarrolló para interpretar los resultados de los ensayos PBP aunque puede ser igualmente empleada para interpretar ensayos SBP. Considera las siguientes hipótesis:

- Teoría de expansión de una cavidad cilíndrica de longitud infinita.
- Deformación plana y axisimetría.
- Medio homogéneo e isótropo.
- No contempla el cambio de volumen del suelo.
- Ley constitutiva elástica lineal perfectamente plástica.

Esta metodología plantea una ecuación analítica para las fases elástica y plástica. En esta última emplea el criterio de Tresca para indicar el comienzo de la misma en ensayos arcillosos. En la ecuación analítica propuesta la carga aplicada se relaciona con el logaritmo neperiano de la deformación que se ha medido. Representando los datos del ensayo presiométrico en un diagrama semilogarítmico, la presión aplicada en escala aritmética y la deformación medida en escala logarítmica, puede determinarse la resistencia cortante no drenada (undrained shear strength) de la arcilla a partir de la pendiente de la recta (fase plástica) que aparece a continuación de la fase elástica (línea curva). Por otro lado pueden determinarse los parámetros elásticos —módulo de Young y coeficiente de Poisson— y el estado inicial de tensiones a partir de la curva presiométrica inicial. Además se pueden obtener valores razonables de la tensión horizontal inicial y de la presión límite o presión para una deformación infinita a partir de la representación antes citada. La particularidad de este método reside en la representación semilogarítmica que se obtiene a partir de los datos presiométricos originales. Como principal inconveniente se puede citar que el valor de la resistencia cortante no drenada calculada por este método suele ser mayor que la que se obtiene a partir de otros experimentos in-situ o de laboratorio.

Por otro lado Gibson y Anderson desarrollaron a partir de las hipótesis anteriores una ecuación analítica para ensayos arenosos. En ella se usaba el criterio de Mohr-Coulomb para señalar el comienzo de la fase plástica. La ecuación analítica permite llevar a cabo una representación bilogarítmica de la presión sobre la cavidad versus la deformación de la misma resultando una línea recta cuya pendiente permite determinar el ángulo de fricción. Los valores obtenidos del ángulo de fricción suelen resultar aceptables. Sin embargo al no considerar el cambio de volumen del suelo alrededor del presiómetro durante el transcurso del ensayo drenado —dilatancia—, ha sido un método poco popular en ensayos arenosos.

Método de Vesic (1972)

Es un método complejo y de difícil aplicación. Los puntos de partida de esta metodología son básicamente los de Gibson y Anderson (1961) con la diferencia de que éste sí tiene en cuenta los cambios de volumen del suelo alrededor del presiómetro durante el proceso cortante. El principal inconveniente reside en que precisa de información sobre el promedio de deformación volu-

métrica en la rotura para diferentes presiones de confinamiento, siendo necesarios por tanto ensayos de laboratorio especiales que deben ser realizados con muestras de densidad relativa similar a la del suelo ensayado *in situ*, aplicando historias de carga semejantes a las del ensayo presiométrico y dentro de un rango de tensiones de confinamiento que dependerá de la profundidad a la que se realicen los ensayos. El ángulo de rozamiento interno se obtiene a partir de los datos del ensayo mediante un proceso iterativo. El ángulo que se obtiene al final del proceso es función de dos factores. El primero se denomina factor de expansión de la cavidad y está relacionado con la tensión normal principal en el suelo alrededor del presiómetro y con el ángulo de fricción. Este factor comienza calculándose a partir de un ángulo de fricción inicial y de una presión final o última definida a partir de los datos del ensayo. El segundo factor se denomina índice de rigidez reducida y se calcula a partir del promedio de deformación volumétrica a rotura previsto, del ángulo de fricción y del módulo cortante que se determina a partir del primer tramo de la curva presiométrica. Correlacionando ambos factores se obtienen los sucesivos valores del ángulo de rozamiento interno. El proceso iterativo finaliza cuando la diferencia entre el último valor del ángulo de fricción y el anterior es suficientemente pequeña.

Método de C. Jefferies (1988)

Jefferies desarrolló la metodología de Gibson y Anderson y la extendió a la fase de descarga de ensayos SBP en arcillas, considerando el ensayo ideal, es decir, que no se produce ningún tipo de alteración en el medio. Las hipótesis de partida son las mismas de Gibson y Anderson. Jefferies dedujo cuatro ecuaciones analíticas para simular un ensayo presiométrico. Dos de ellas para la fase de carga —fase elástica y fase plástica— y las otras dos para la fase de descarga —fase elástica y fase plástica—. Permite determinar tres parámetros del suelo: presión horizontal inicial, resistencia cortante no drenada y módulo cortante elástico. Para ello empleó un procedimiento matemático de ajuste visual en la pantalla de un ordenador —modelización asistida por ordenador— de la curva experimental con las curvas de las ecuaciones analíticas para diferentes juegos de parámetros. El mejor juego de parámetros será el que produzca un mejor ajuste. Esta fue una de las primeras metodologías que incluyó la fase de descarga de un ensayo presiométrico. Al suponer que no existe alteración del medio esta metodología es aplicable sólo a ensayos SBP en arcillas. El inconveniente principal que tiene este método es la exce-

siva extensión de la respuesta elástico lineal que no resulta realista con el comportamiento de las arcillas naturales.

Método de Houlsby y Withers (1988)

Esta metodología asume todas las hipótesis de partida de Gibson y Anderson y fue desarrollada para los ensayos presiométricos de desplazamiento total (“Full-Displacement Pressuremeter” (FDP)). Trata las deformaciones elásticas como deformaciones pequeñas —deformación de Cauchy—, las deformaciones plásticas como grandes deformaciones —deformación de Hencky— y considera únicamente la fase de descarga del ensayo presiométrico ya que en este tipo de ensayos la fase de carga no representa una respuesta verdadera de un suelo no alterado. Permite determinar tres parámetros: resistencia cortante no drenada, módulo elástico cortante y presión horizontal inicial. Este último parámetro es el que se considera menos fiable dentro de esta metodología al resultar normalmente su valor excesivamente alto. El módulo elástico inicial se obtiene del primer tramo de la curva de descarga —fase elástica, pequeñas deformaciones— y la resistencia cortante no drenada se determina mediante un procedimiento gráfico a partir de los datos de la fase de descarga —fase plástica, grandes deformaciones—. Esta metodología también presenta el inconveniente de extender demasiado el comportamiento elástico lineal del material. Además el módulo elástico cortante que determina no suele ser válido en aplicaciones prácticas.

Método de Houlsby (1986)

Este método parte de las mismas hipótesis que Hughes (1977) sólo que emplea un modelo elástico perfectamente plástico y además considera la curva de descarga del ensayo para la determinación de parámetros del suelo. En los ensayos SBP la curva de descarga puede considerarse que tiene la misma importancia que la correspondiente a la fase de carga. La curva completa resultante de un ensayo SBP consta de cuatro tramos: elástico de carga, plástico de carga, elástico de descarga y plástico de descarga. Los puntos de comienzo de la deformación plástica en cada caso se determinan con el criterio de Mohr-Coulomb de manera semejante a como lo hacían Gibson y Anderson (1961) en medios arenosos. El módulo elástico cortante se obtiene directamente para cada tramo elástico a partir de la curva experimental. Para determinar los parámetros plásticos se aplica una técnica numérica de ajuste. De este modo se obtienen dos módulos cortantes y dos ángulos de fricción, uno

para la fase de carga y otro para la fase de descarga. La ley de la dilatancia de Rowe (1962) se puede emplear para determinar los ángulos de dilatancia, y la presión horizontal inicial se obtiene a partir de la presión de separación de la membrana. En los ensayos drenados es difícil reproducir analíticamente la curva de descarga debido a la presión de poro estática que empuja la membrana. Del mismo modo que en el método de Hughes este método contempla una variación de volumen lineal con la deformación cortante. Los valores de los parámetros que se obtienen son aceptables únicamente cuando se considera que el ángulo de fricción en la descarga es igual al ángulo de fricción a volumen constante. Esta suposición indica, según la ley de Rowe, que durante la fase de descarga no se produce variación de volumen, lo cual es bastante poco frecuente y restrictivo [Jewell *et al*, 1980].

AI.3.2.4 Ley de comportamiento hiperbólica.

Método de Ferreira (1992)

Este método se ha descrito con profundidad en el segundo capítulo. Sintetizando se puede decir que se trata de un método de interpretación de la respuesta del suelo sobre el que se lleva a cabo un ensayo presiométrico considerando un comportamiento no lineal a través de una función hiperbólica que relaciona la tensión cortante con la deformación de la cavidad. Utiliza soluciones analíticas tanto para la fase de carga como para la de descarga que son válidas tanto para medios arcillosos como arenosos. En este trabajo únicamente se aplica en ensayos drenados sobre arenas durante la fase de carga. Para la determinación de los parámetros característicos del medio emplea una herramienta matemática de ajuste a partir de los datos experimentales del ensayo, comparando éstos con los suministrados por la ecuación. Por último este método considera, aún cuando los ensayos sean SBP, que existe cierto grado de alteración al comienzo de la fase de carga del ensayo.

AI.3.2.5. Ley de comportamiento elástico no lineal perfectamente plástica.

Método de Denby (1978)

Se trata de un método de interpretación de ensayos SBP en arcillas basado en una relación tensión-deformación hiperbólica en la zona elástica de la respuesta presiométrica. El resto de las hipótesis de partida son las mismas que

las de Gibson y Anderson (1961). A partir de una representación gráfica —en la que se toma como eje de ordenadas la inversa de la pendiente de la curva presiométrica de carga y como eje de abscisas la deformación de la cavidad— y de una técnica de ajuste, se obtienen los parámetros de módulo cortante y de resistencia cortante no drenada. La tensión horizontal inicial puede determinarse a partir de la solución de la ecuación analítica que deduce, para la fase elástica de la curva de carga. El hecho de que sea preciso conocer la pendiente de la curva en la fase de carga hace que sea un método muy poco utilizado en la interpretación de ensayos SBP en arcillas. Además al emplear solamente la información de la curva de carga, los valores de los parámetros que se obtienen con esta metodología corresponden al suelo alterado más que al medio natural.

Método de Bahar (1992)

Este método trata el ensayo presiométrico a partir del problema de expansión de una cavidad cilíndrica, bajo la hipótesis de deformación plana. Considera tanto la fase de carga del ensayo presiométrico SBP como la de descarga. Emplea una relación tensión-deformación hiperbólica mediante el modelo de Duncan (1970) para la modelización de la fase elástica, y el modelo elasto-plástico CJS desarrollado por Cambou, Jarafi y Sidoroff (1989) para la fase plástica. Este último modelo describe bien el comportamiento de los materiales granulares sometidos a historias de carga complejas. Mediante un proceso de identificación manual logra determinar algunos de los parámetros del modelo CJS. Por otro lado, dispone también de la posibilidad de considerar el “creeping” que se presenta en ciertos ensayos de larga duración mediante un modelo rehológico no lineal visco-elástico.

AI.3.2.6 Ley de comportamiento elastoplástica con endurecimiento o reblandecimiento.

Método de Prevost y Hoeg (1975)

Este método emplea la teoría de la plasticidad para deducir las ecuaciones analíticas que gobiernan la expansión de la cavidad presiométrica durante la fase de carga. Además de las tres primeras hipótesis que comparte esta metodología con la de Gibson y Anderson (1961), considera que no tiene lugar deformación volumétrica alguna, que la deformación con endurecimiento

está gobernada por una ley plástica hiperbólica y que la deformación con reblandecimiento se rige por una función tensión-deformación determinada. Emplea el criterio de Von Mises para representar el comportamiento del material saturado no drenado. La solución del problema se alcanza deduciendo ecuaciones en forma analítica que relacionan presión con deformación, de igual forma que en el ensayo presiométrico. Para representar el comportamiento del material con endurecimiento se consideran: el estado inicial de tensiones que se supone conocido, el módulo cortante inicial a partir del modelo hiperbólico y la resistencia no drenada final. Para representar el comportamiento con reblandecimiento se considera el estado inicial de tensiones que se supone conocido y dos parámetros experimentales con un significado físico particular. Esta metodología presenta el inconveniente de que la determinación de los parámetros del suelo requiere conocer la pendiente de la curva presiométrica de carga por lo que es un método poco práctico tal y como sucedía con el de Denby (1978).

Método de Juran y Mahmoodzadegan (1989)

Este método pretende determinar los parámetros básicos del comportamiento de arenas a partir de la respuesta del ensayo SBP. Además de las hipótesis ya citadas (cavidad cilíndrica de longitud infinita, deformación plana y axisimetría, material homogéneo e isótropo) considera una ley de comportamiento elasto-plástica con endurecimiento y/o reblandecimiento. Las hipótesis de partida son las mismas que las de Prevost y Hoeg (1975) excepto en lo referente a la deformación volumétrica. Para tener en cuenta la variación de volumen considera una función potencial plástica que permite las deformaciones volumétricas durante el proceso cortante. De las dos componentes que tiene la deformación total —elástica y plástica— considera que ésta está formada únicamente por la deformación plástica. Además adopta dos superficies de fluencia —tipo Mohr-Coulomb— y dos respuestas de la deformación volumétrica según se trate de arenas densas (dilatación) o de arenas sueltas (contracción). A partir de una tensión horizontal inicial conocida y de la pendiente de la curva de carga para cierto grado de deformación, establece una ecuación en la que se relaciona la tensión cortante con la deformación circunferencial. Esta ecuación junto con las ecuaciones que gobiernan la respuesta plástica en términos de tensión —tensión de fluencia— y de deformación volumétrica —potencial plástico— permiten obtener de modo incremental la

curva del esfuerzo cortante y la historia de tensiones efectivas en la pared de la cavidad. De este modo se pueden determinar el ángulo de fricción de pico, el módulo cortante y el ángulo de dilatancia. La validación del método se hizo en laboratorio mediante un mini-presiómetro dentro de una celda triaxial —ensayos triaxiales con cilindro hueco—. No se han interpretado ensayos *in situ* con este método. Sin embargo se puede decir que al emplear información directa de la curva de carga los valores de los parámetros obtenidos estarán influenciados por la alteración del medio a causa del proceso de inserción de la sonda.

AI.3.3 Ley de comportamiento deducida a partir de los datos experimentales

AI.3.3.1 Interpretaciones mediante construcciones gráficas.

Método de Baguelin (1972), Palmer (1972) y Ladanyi (1972)

Los tres presentaron la misma metodología para la interpretación de ensayos SBP en arcillas. Dicha metodología se basa en una relación entre tensión y deformación cortantes. Además de la hipótesis que se refiere a la teoría de la expansión de una cavidad cilíndrica de longitud infinita —hipótesis planteadas por Gibson y Anderson (1961)— considera que no se produce ningún cambio de volumen en los alrededores de la cavidad y que todo elemento de material que circunda a la cavidad en expansión describe la misma curva de tensión-deformación. Con todo ello y considerando pequeñas deformaciones se deduce una ecuación analítica en la que la tensión cortante es función del producto de la pendiente de la curva presiométrica de carga por la deformación de la cavidad. Este producto representa lo que se conoce como construcción gráfica de la subtangente y permite interpretar los resultados del ensayo. En general desde el comienzo fue un método ampliamente aceptado para determinar la resistencia cortante no drenada aunque con el paso del tiempo se ha comprobado [Wroth, 1984] que sus valores son más altos que los obtenidos con otros ensayos *in-situ* y de laboratorio. Por lo demás la tensión horizontal inicial se mide directamente de la presión de separación de la membrana en la curva presiométrica original y el módulo cortante se obtiene a partir de los ciclos de descarga-recarga que se presenten en el ensayo.

Método de Wroth y Windle (1975)

Al igual que el método de interpretación anterior este método también emplea una construcción gráfica para deducir la curva completa de la relación tensión-deformación. Sin embargo permite estudiar tanto suelos donde hay cambios de volumen durante el proceso cortante como suelos donde no los hay. Este método de interpretación considera una relación lineal entre la deformación volumétrica y la deformación de la cavidad, que basada en la hipótesis de la expansión de una cavidad cilíndrica, permite establecer una relación entre la tensión cortante y la deformación de la cavidad que da lugar al llamado método general de la sub-tangente. Dicho método permite analizar la expansión de la cavidad tanto si hay cambios de volumen como si no los hay, de aquí la denominación de general. En el caso de existir variación de volumen se puede determinar la dilatancia aunque no el ángulo de fricción. El no poder determinar el ángulo de fricción constituye una clara desventaja. En el caso de no existir variación de volumen en el suelo de alrededor de la cavidad presiométrica la mencionada metodología se reduce al método anterior.

AI.3.3.2 Interpretación mediante métodos numéricos.*Método de Ladanyi (1963)*

Se trata de un método de interpretación mediante técnicas numéricas. Permite deducir los parámetros de resistencia y deformación en materiales granulares en los que aparecen cambios de volumen durante el proceso cortante. A partir de la teoría de expansión de una cavidad cilíndrica de radio inicial nulo establece una ecuación analítica para determinar la distribución de tensiones en los alrededores de la cavidad. No define ninguna relación tensión-deformación sino que establece una relación entre la deformación cortante y la deformación volumétrica con el fin de tener en cuenta los cambios de volumen. La simplificación más usada considera que toda la deformación volumétrica —cambio de volumen— tiene lugar antes de la rotura. Para integrar la ecuación de equilibrio emplea un método de diferencias finitas aproximando numéricamente una relación tensión-deformación a partir de la relación ratio de tensiones versus coordenada radial. Para determinar la superficie de rotura de cada muestra se efectúa un análisis de prueba-error a partir de la deformación volumétrica del suelo. El valor de la deformación volumétrica que permite obtener una línea recta que pasa por el origen en el diagrama de Mohr se toma como el valor real de la deformación volumétrica para la muestra ensayada.

Una alternativa a este método, debida también a Ladanyi, considera que la deformación volumétrica total antes de la rotura es aquella que en la representación gráfica $\log(\Delta V/V + e_0)$ versus $\log(p/p_0)$ da una línea recta. Según la notación de Ladanyi $\Delta V/V$ es la deformación volumétrica del presiómetro, e_0 es la deformación volumétrica total del suelo antes de la rotura, p es la presión en la pared de la cavidad y p_0 la tensión horizontal inicial en el interior del medio.

Esta metodología presenta la limitación de que el cambio de volumen es muy pequeño cuando el suelo se comporta elásticamente antes de la rotura. En este caso los resultados se aproximan bastante a los de Gibson y Anderson (1961). No ha sido un método demasiado utilizado en problemas de diseño geotécnico.

Método de Manassero (1989)

Esta metodología pretende interpretar los resultados de ensayos SBP sobre arenas directamente a partir de los datos experimentales. Los principios de partida empleados en este método son básicamente los empleados por Hughes (1977). La innovación reside en el modo de afrontar el problema y en las técnicas matemáticas empleadas. Basándose en el método de diferencias finitas y dando el punto inicial de la curva de carga (p_0, ε_0), donde p_0 es la presión de separación de la membrana y ε_0 la deformación circunferencial inicial —que se considera nula inicialmente $\varepsilon_0 = 0$ —, logra seguir paso a paso toda la curva de la fase de carga obteniendo de este proceso la ley constitutiva. De esta manera consigue captar la no linealidad de las tensiones y los cambios de volumen durante el proceso cortante. Con este método se pueden determinar el módulo cortante, el ángulo de fricción y la dilatancia mediante la aplicación de la ley de Rowe. La ley de comportamiento se obtiene de la curva de carga de un ensayo SBP, es decir, directamente de los datos experimentales aunque en ocasiones, para evitar dispersión en los datos, ajusta la curva experimental con una función polinómica.

AI.4 CONCLUSIÓN

De los cuatro presiómetros que se han comentado es este anexo únicamente se hace mención a lo largo del desarrollo de la tesis a los dos primeros, es decir al presiómetro con preperforación y al presiómetro autopercutor. Los

otros dos, el presiómetro de empuje y el presiómetro de desplazamiento total se han citado para que se conozcan otro tipo de dispositivos que se aplican a medios distintos.

Como ha podido observarse el fundamento de los métodos de interpretación de ensayos presiométricos analizados es la teoría de expansión de una cavidad cilíndrica de longitud infinita. Además cualquier método de interpretación debe tener en cuenta el comportamiento no lineal del medio homogéneo e isótropo, la posibilidad de emplear la curva de carga, la de descarga o las posibles descargas-recargas que puedan darse, la consideración o no de los cambios de volumen —ensayos drenados y no drenados— y, por último, el hecho de que siempre va a existir una alteración en el medio que se reflejará de algún modo en la curva de carga.

Por otro lado esta breve descripción histórica de los métodos de interpretación de los ensayos presiométricos drenados también pone de manifiesto que muchos métodos precisan además de la información proveniente de los datos experimentales del ensayo, de alguna información adicional para determinar los parámetros que en cada caso caracterizan el comportamiento de las arenas ensayadas. Esta información adicional se obtiene de experimentos en laboratorio con muestras inalteradas, muy difíciles de conseguir especialmente en terrenos arenosos.

Los ensayos con los que se ha trabajado son ensayos SBP drenados realizados en celda de calibración por lo que se ha puesto atención especial en los procedimientos de interpretación que tengan en cuenta los cambios de volumen del medio en los alrededores de la cavidad presiométrica.

En este trabajo de tesis se ha considerado oportuno modelizar el comportamiento de la arena mediante el modelo no lineal de Ferreira porque dicho modelo describe bien el comportamiento del medio bajo una gran variedad de condiciones de carga. Además es un modelo sencillo definido por parámetros con significado geotécnico que pueden ser empleados posteriormente en el diseño geotécnico. La modelización de Drucker-Prager se ha llevado a cabo con el fin de poder comparar los resultados obtenidos mediante la ley analítica de Ferreira con un modelo no analítico que precisa el empleo del método de elementos finitos.

Anexo II Determinación de la deformación elastoplástica

AII.1 INTRODUCCIÓN

Para simular el ensayo presiométrico en celda de calibración empleando el modelo elastoplástico de Drucker-Prager se precisa un método numérico que permita obtener una aproximación del comportamiento del material ensayado. En esta tesis se ha empleado un método de elementos finitos [Owen *et al*, 1986]. El algoritmo de este programa de elementos finitos se ha presentado ya al final del segundo capítulo. En el presente Anexo se indica detalladamente cómo se calculan las deformaciones elastoplásticas en dicho programa. Esta tarea se lleva a cabo en la subrutina RESIDU que a continuación se describe.

AII.2 SUBRUTINA RESIDU

La evaluación de las fuerzas nodales equivalentes al campo de tensiones que satisfacen las ecuaciones elastoplásticas se realiza en la subrutina RE-SIDU. De este modo al comparar estas fuerzas con las fuerzas aplicadas se obtienen las fuerzas residuales, que son necesarias para poder analizar la convergencia o no del proceso iterativo no lineal.

Como ya se ha visto anteriormente puede ocurrir que al aplicar un incremento de carga sobre un elemento o elementos el material fluya. Para determinar si se produce o no una deformación plástica en el interior del elemento se calculan en cada uno de los puntos de integración de Gauss del elemento las deformaciones y tensiones correspondientes comprobando en cada uno de ellos si se alcanza o no la fluencia. Por tanto puede ocurrir que el comportamiento del elemento no sea homogéneo sino que se comporte elástica y

elastoplásticamente a la vez. En consecuencia para cada incremento de carga es preciso determinar en cada punto de integración si tienen o no lugar deformaciones elastoplásticas y de existir éstas, cuál es la proporción de sus componentes elástica y plástica. A partir de aquí se podrán ajustar los términos de tensión y deformación de modo que se satisfagan el criterio de fluencia y la ley de comportamiento del material. El procedimiento descrito se lleva a cabo mediante la subrutina RESIDU, de la que se describen a continuación sus principales etapas.

Etapla 1.- En el proceso iterativo que se describe las cargas aplicadas en la iteración i -ésima son en realidad las fuerzas residuales de la iteración anterior ($i-1$). Estas fuerzas junto con la matriz de rigidez (K) y el vector de desplazamientos (u) forman el sistema de ecuaciones que se resuelve en cada iteración. La solución del sistema da lugar a un incremento de desplazamientos du^i que a su vez permite calcular en cada punto de integración el incremento de deformación $d\epsilon^i$.

Etapla 2.- Cálculo del incremento de tensiones considerando comportamiento elástico lineal, es decir $d\sigma_e^i = Dd\epsilon^i$, donde el subíndice e hace referencia a dicho comportamiento. Los errores que se cometen en el cálculo de las tensiones en los elementos donde el material tiene un comportamiento elastoplástico se corrigen posteriormente con el cálculo de la fuerzas nodales residuales.

Etapla 3.- La tensión acumulada en cada punto de integración vendrá dada por . La tensión σ^{i-1} ha sido calculada previamente de modo que satisfaga la condición de fluencia en la iteración $i-1$ éxima. Por tanto el error que pueda existir en σ_e^i estará motivado únicamente por $d\sigma_e^i$, incremento de la tensión elástica.

Etapla 4.- Este paso depende de si se produce o no fluencia en los puntos de Gauss durante la iteración $i-1$ éxima. Por tanto, es preciso comprobar si $\bar{\sigma}^{i-1} > \sigma_y = \sigma_y^o + H'\bar{\epsilon}_p^{i-1}$, donde $\bar{\sigma}^{i-1}$ y σ_y son respectivamente la tensión efectiva y la tensión de fluencia uniaxial del incremento considerado. En nuestro caso, al considerar el criterio de fluencia de Drucker-Prager se tiene que $\bar{\sigma} = \alpha J_1 + (J_2')^{1/2}$ y $\sigma_y = K$, donde J_1 es el primer invariante de tensión, J_2' es el segundo invariante de tensiones desviadoras y α y K son parámetros

del modelo función de la cohesión y del ángulo de fricción interna (apartado 2.4.3; criterio de fluencia). Por otro lado H' es el módulo de endurecimiento lineal y $\bar{\epsilon}_p^{i-1}$ es la deformación plástica efectiva al finalizar la iteración $i-1$ éxima.

4.1.- Si en el punto de integración de Gauss ha existido ya fluencia en la iteración $i-1$ se comprueba si $\bar{\sigma}_e^i > \bar{\sigma}^{i-1}$, donde $\bar{\sigma}_e^i$ es la tensión efectiva calculada a partir de σ_e^i .

4.1.1.- Si $\bar{\sigma}_e^i < \bar{\sigma}^{i-1}$ el punto de Gauss considerado se está descargando elásticamente y directamente se pasa a la Etapa 7.

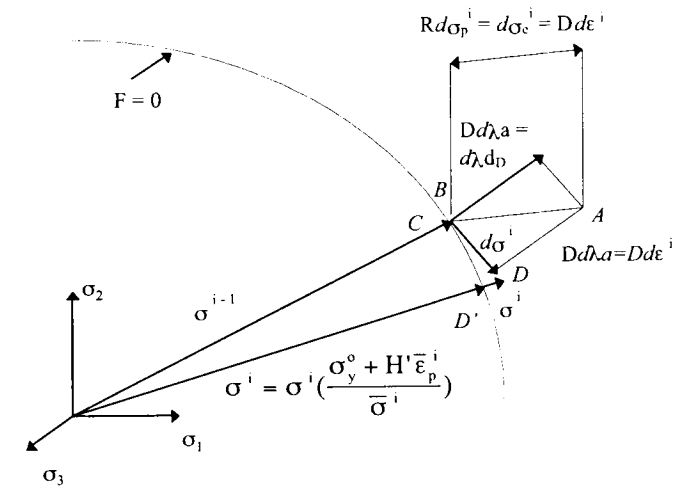


Figura AII.1. Cambios de tensión en un punto en el que ya se ha producido fluencia.

4.1.2.- Si $\bar{\sigma}_e^i > \bar{\sigma}^{i-1}$ en el punto de Gauss, que previamente había sufrido fluencia, las tensiones siguen creciendo. Por tanto todo el exceso de tensión dado por $\sigma_e^i - \bar{\sigma}^{i-1}$ debe ser reconducido hasta la superficie de fluencia, tal y como se refleja en la Figura AII.1. La porción de tensión que se debe modificar para que se satisfaga el criterio de fluencia viene dado por el factor de reducción R que en este caso vale 1.

4.2.- Si en el punto de integración de Gauss no ha existido fluencia en la iteración $i-1$ ésima es preciso comprobar si ésta tiene lugar en la iteración actual (i -ésima)

4.2.1.- $\bar{\sigma}_e^i < \sigma_y^o$ querrá decir que el comportamiento del material en el punto de integración sigue siendo elástico y, en consecuencia, se pasa directamente a la Etapa 7.

4.2.2.- Si por el contrario $\bar{\sigma}_e^i > \sigma_y^o$ se produce fluencia en el punto de integración como consecuencia de la carga aplicada. Por tanto la porción de tensión mayor que el nivel de tensión de fluencia establecido σ_y^o se debe reconducir o reducir hasta la superficie de fluencia. En este caso el factor de reducción R ya no vale 1 sino que vendrá dado por la expresión (Figura AII.2),

$$R = \frac{BA}{CA} = \frac{\bar{\sigma}_e^i - \sigma_y^o}{\bar{\sigma}_e^i - \bar{\sigma}_e^{i-1}}$$

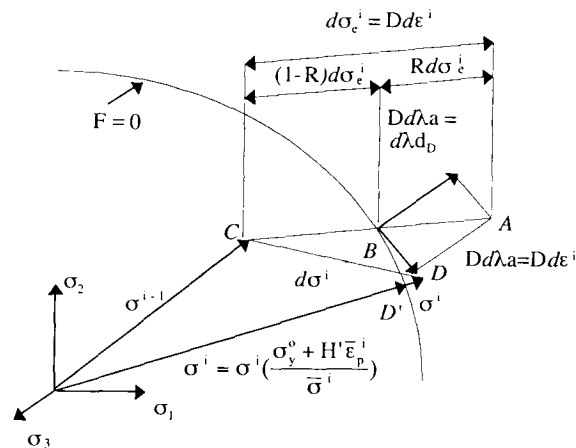


Figura AII.2. Cambios de tensión en un punto en el que comienza a producirse fluencia.

Etapa 5.- Para los puntos de Gauss donde se alcanza la fluencia se calcula la porción de las tensiones totales que verifican el criterio de fluencia, es decir,

$$\bar{\sigma}^{i-1} + CB = \bar{\sigma}^{i-1} + (1 - R)d\sigma_e^i$$

Etapa 6.- La porción de tensiones que resta, es decir, $Rd\sigma_e^i$ se debe transformar de alguna forma en deformación plástica. Es decir el punto A (Figura AII.2) al permitir que el material se deforme plásticamente debe pasar a situarse sobre la superficie de fluencia. En sentido estricto se puede decir que la carga aplicada en la nueva iteración hace que el punto C se mueva elásticamente hasta que se encuentra con la superficie de fluencia B. Si no existiera la superficie de fluencia el material continuaría su comportamiento elástico hasta llegar a A. Sin embargo, es estado de tensión A no puede moverse por fuera de la superficie de fluencia, que sólo podrá atravesar mientras se satisfacen tanto las ecuaciones de equilibrio como la relación constitutiva. Por tanto a partir de las ecuaciones 2.16, 2.17 y 2.18 se tiene,

$$Dd\epsilon^i = d\sigma^i + Dd\lambda a$$

$$d\sigma^i = Dd\epsilon^i - d\lambda d_D$$

o bien,

$$\sigma^i = \sigma^{i-1} + d\sigma_e^i - d\lambda d_D$$

que indica la tensión total σ^i que satisface las condiciones elastoplásticas después de incrementar la tensión desde σ^{i-1} . En la Figura AII.2 se observa como el punto de tensión correspondiente a σ^i (D) puede no estar situado sobre la superficie de fluencia. Esta situación se puede solventar haciendo que los incrementos de carga aplicada sean suficientemente pequeños.

Otra posibilidad que también contempla esta subrutina es la de hacer que el punto D se sitúe sobre la superficie de fluencia al escalar σ^i . Es decir, como la tensión efectiva $\bar{\sigma}^i$ debida a la tensión σ^i debe coincidir con el valor $\sigma_y^o = \sigma_y^o + H' \bar{\epsilon}_p^i$ cuando el punto D se encuentra sobre la superficie de fluencia, se toma como factor de escala el siguiente,

$$\sigma^i = \sigma^i \frac{(\sigma_y^o + H' \bar{\epsilon}_p^i)}{\bar{\sigma}^i}$$

Esto representa un escalamiento del vector σ^i que implica una reducción proporcional de las componentes individuales de la tensión. La condición de normalidad citada en el apartado 2.4.4 se muestra evidente en la Figura AII.2 ya que $Dd\lambda a = Dd\epsilon_p$.

Cuando se permiten incrementos de carga grandes, el proceso que se acaba de describir puede conducir a predicciones erróneas del punto D sobre la superficie en el caso de encontrarnos en las proximidades de una zona de la superficie con gran curvatura.

En la Figura AII.3 puede apreciarse cuál sería la posición del punto final de tensión (D) y el punto D' que se obtiene sobre la superficie de fluencia al escalar σ^i . En este caso si se divide el exceso de tensión elástica $Rd\sigma_e^i$ (AB) en un número m de intervalos, y después de cada incremento se reduce el punto correspondiente a la superficie de fluencia se obtendría el punto E (Figura AII.3, con $m=3$). Dicho punto podría corregirse mediante un escalamiento obteniendo el punto E', que como puede apreciarse dista bastante del D'.

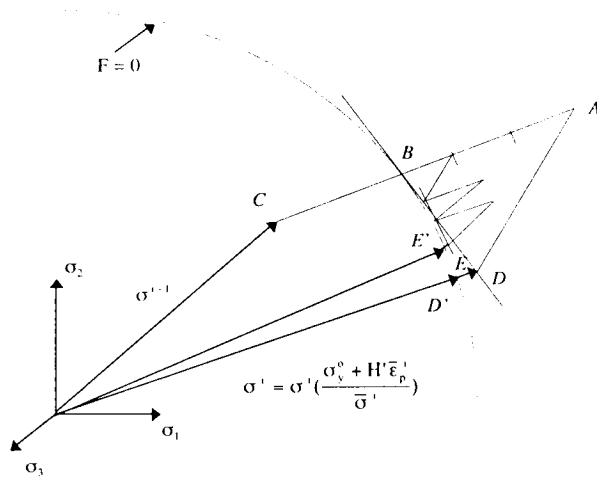


Figura AII.3. Resultado obtenido al dividir el exceso de tensión elástica en un número $m=3$ de intervalos.

Se puede obtener todavía mayor precisión si en cada incremento de tensión, en el que se ha dividido el exceso de tensión, se realiza el escalamiento del punto obtenido. Por tanto como puede apreciarse cuanto mayor es el número de incrementos en que se divide AB mayor será la precisión. Como contrapartida hay que tener en cuenta el gasto que conlleva este modo de actuar ya que para cada paso, y no solo al final del ciclo, es preciso calcular los vectores a y d_D . En concreto el programa divide el exceso de tensión $Rd\sigma_e^i$ en m intervalos, donde m viene dado por el entero menor más próximo a,

$$\left(\frac{\bar{\sigma}_e^i - \sigma_y}{\sigma_y^o} \right) 8 + 1$$

donde $\bar{\sigma}_e^i - \sigma_y$ da una idea del exceso de tensión AB y σ_y^o es la tensión uniaxial inicial.

Etapas 7.- Para los puntos de integración de comportamiento elástico se calcula $\sigma^i = \sigma^{i-1} + d\sigma_e^i$

Etapas 8.- Por último se calculan las fuerzas nodales equivalentes mediante la expresión

$$(f^{(e)}) = \int_{\Omega^e} B^T \sigma^i d\Omega$$

En la Figura AII.4 se presenta el algoritmo que evalúa la matriz de rigidez. También puede observarse dónde se encuentra la subrutina RESIDU.

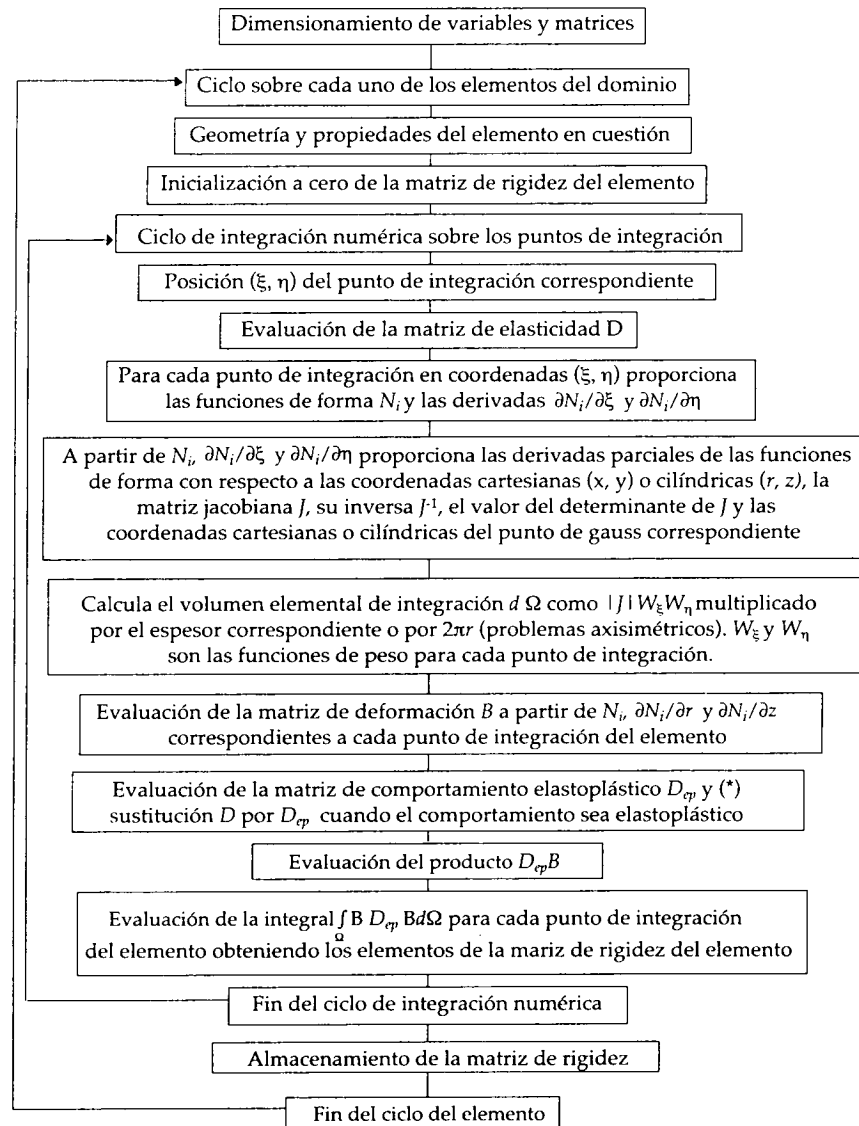


Figura AII.4. Algoritmo de la subrutina que evalúa la matriz de rigidez. La subrutina RESIDU se encuentra dentro del módulo señalado con (*).

Anexo III Descripción técnica de los ensayos y características generales de las arenas

AIII.1 INTRODUCCIÓN

En este Anexo se presenta una descripción de la instrumentación empleada y de las distintas fases seguidas en la realización de los ensayos presiométricos realizados en celda de calibración sobre arenas del Ticino. La descripción técnica que se comenta ha sido la empleada en la realización de los ensayos presiométricos a los que se ha aplicado la metodología de estimación de parámetros desarrollada en la esta tesis. Además, se lleva a cabo un breve estudio de dichas arenas comentando sus principales características y comportamiento a partir de un conjunto de ensayos triaxiales y presiométricos efectuados por el instituto ISMES (Italia).

AIII.2 INSTRUMENTACIÓN EMPLEADA EN LOS ENSAYOS

AIII.2.1 Introducción

El ensayo presiométrico es una de las pruebas in-situ que mejor permiten obtener información acerca de los parámetros de deformación, de resistencia y del estado tensional de los suelos sometidos a estudio. En medios granulares se suele emplear el presiómetro autoperforante (Self-Boring Pressuremeter, SBP) con el fin de minimizar la alteración del medio al realizar la perforación necesaria para introducir la sonda. Los datos con los que se ha trabajado en este trabajo de tesis provienen de una serie de ensayos presiométricos drenados en celda de calibración realizados en los laboratorios del ENEL-CRIS en Milán [Belloti *et al*, 1987]. A continuación se hace una descripción de los dispositivos empleados en la realización de los ensayos y de cómo se han llevado a cabo.

AIII.2.2 Celda de calibración.

La celda de calibración empleada es en realidad una gran celda triaxial que permite aplicar tensiones y/o deformaciones en el contorno de una muestra de suelo de 1.2 m. de diámetro por 1.5 m. de altura. Con la celda de calibración (Figura AIII.1) se consigue que la alteración del medio sea aún menor que con el SBP pues la deposición de la arena sobre la celda se realiza tras introducir la sonda presiométrica.

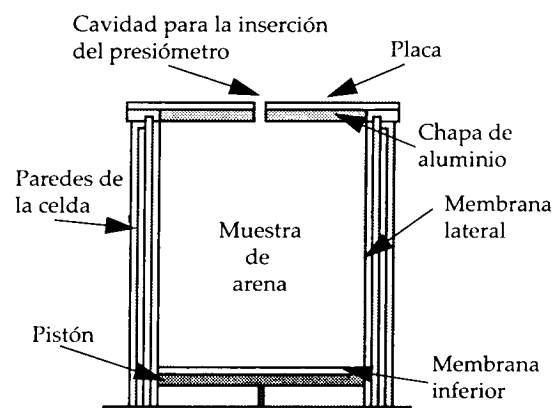


Figura AIII.1. Celda de calibración

La celda de calibración considerada permite imponer las siguientes condiciones en el contorno de la muestra de suelo:

- Presiones constantes tanto en sentido vertical como horizontal ($\Delta\sigma$).
- Deformaciones nulas tanto en sentido vertical como horizontal (ϵ).

Entre la muestra de arena y la celda hay una membrana flexible que rodea lateralmente y por la base a la muestra. La membrana que la rodea lateralmente está sellada a una placa de aluminio que constituye el límite superior de la muestra de arena. Por encima de dicha placa se encuentra una tapa muy rígida que impide que se produzcan deformaciones en sentido vertical. Tanto en el centro de la placa como de la tapa rígida existe una cavidad de 12 cm. de diámetro para posibilitar el acceso de la sonda que corresponda en cada caso.

Las presiones sobre la muestra se pueden aplicar tanto en sentido vertical como horizontal. Las presiones en sentido vertical se aplican mediante un pistón rígido que se encuentra en la base de la celda y que está rodeado de una membrana flexible. La cavidad que queda entre el pistón (Figura AIII.1) y la membrana se llena de agua desgasificada lo que permite aplicar una presión uniforme sobre la cara inferior de la muestra. El desplazamiento máximo del pistón es de unos 10 cm. Las presiones en sentido horizontal se consiguen al introducir agua a presión en la cavidad que rodea lateralmente la muestra. La presión se consigue mediante dos depósitos de agua-aire regulando la presión de aire.

AIII.2.3 Deposición pluvial de la arena

Con el fin de evitar en lo posible la alteración del medio que ocasiona la inserción del presiómetro, éste se introduce en la celda de calibración antes que la arena. A continuación se forma la muestra de arena mediante la técnica de deposición pluvial. De este modo se consigue una muestra muy uniforme, la posibilidad de que el ensayo se pueda repetir en las mismas condiciones y la obtención de muestras de diferentes densidades relativas (DR). Por consiguiente se pueden estudiar muestras dentro de un amplio rango de densidades.

Esta técnica de deposición pluvial (Figura AIII.2) sigue los pasos de Jacobsen (1976) y Battaglio *et al* (1979) y para ello emplea un distribuidor fijo de arena que se coloca sobre la celda de calibración. Dicho distribuidor está formado por:

- Un depósito situado en la parte superior del distribuidor donde se almacena la arena necesaria para la formación de la muestra requerida.
- En la parte inferior del depósito están situadas dos planchas perforadas de acero. La superior es fija, mientras que la inferior se mueve paralelamente a la superior accionada por un pistón de aire comprimido. Este movimiento permite que la arena vaya pasando y vaciando el depósito.
- Un difusor. Una vez que la arena atraviesa las placas perforadas experimenta una caída de un metro aproximadamente por el interior de una cavidad cilíndrica del mismo diámetro que el depósito hasta llegar a la parte superior de la celda de calibración donde está situado un difusor de acero. Este difusor tiene la función de hacer que la deposición de la arena sea uniforme y así obtener una muestra homogénea.

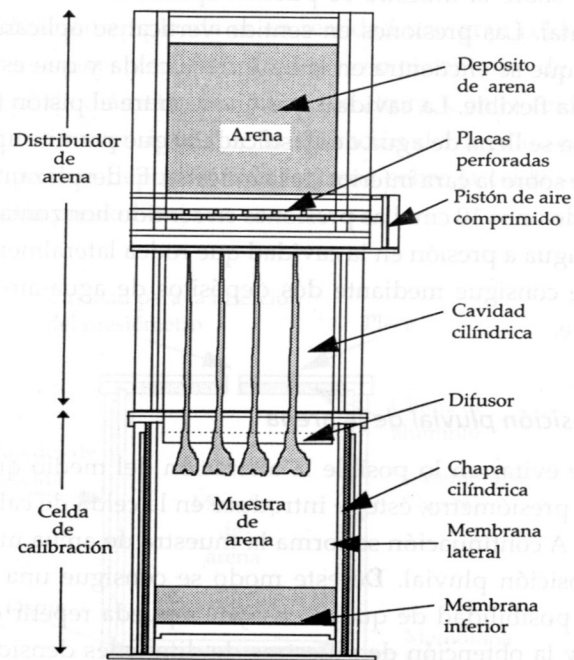


Figura AIII.2. Sistema de deposición pluvial de la arena.

AIII.2.4 Sistema de adquisición de datos

En los ensayos presiométricos en celda de calibración llevados a cabo la toma de datos se ha realizado mediante transductores eléctricos. De esta forma puede registrarse y visualizarse la respuesta del ensayo.

Los parámetros que se evalúan durante la realización de un ensayo son:

- La presión vertical que se aplica en la base de la muestra de arena mediante el pistón.
- La presión de agua-aire que afecta radialmente al exterior de la muestra a través de la cavidad lateral.
- El desplazamiento vertical del pistón.
- La variación del volumen de la muestra que se estima a partir de la variación de peso del depósito de agua-aire conectado a la cavidad lateral.

AIII.2.5 Presiómetro autopercorante (SBP)

El presiómetro empleado en la realización de los ensayos en celda de calibración que aquí se muestran es un presiómetro Camkometer Mark VIII diseñado y fabricado por la sociedad Cambridge In-Situ Ltd. Fundamentalmente este instrumento está formado por dos componentes: un módulo o celda de medida y un sistema de autopercoración.

AIII.2.5.1 Módulo de medida. Su parte principal es un cilindro metálico hueco. Sobre una porción de él se sitúa una membrana cilíndrica de material elástico sintético o bien de goma natural que lo envuelve, estando perfectamente adherida por sus extremos al cilindro de acero. La membrana flexible empleada tenía un diámetro de 82 mm. y una longitud de 490 mm. El interior de la membrana se comunica con el interior del cilindro mediante una serie de pequeños orificios que son los que van a permitir el paso del fluido de expansión a la cavidad que resta entre el cilindro y la membrana. El fluido de expansión utilizado ha sido un gas inerte como el nitrógeno (N_2) o el dióxido de carbono (CO_2). Cuando no hay presión de gas, es decir en condiciones de reposo, la membrana permanece toda ella adherida al cilindro.

La medida de la deformación radial se realiza en la sección media de la membrana. En esa sección se encuentran situados tres transductores que miden por separado la variación del radio de la cavidad durante la expansión. Están situados en el mismo plano perpendicular al eje del cilindro separados uno del otro 120° . Cada uno de ellos está acoplado a un muelle y a una pequeña palanca que se apoya ligeramente sobre la membrana y que la acompaña durante la fase de expansión o de inyección del gas, registrando así los desplazamientos de la membrana.

Además de la medida de la deformación radial es preciso conocer la presión del gas que se está inyectando. Dicha medida se realiza en el interior de la cavidad de expansión mediante una celda de presión. De este modo la medida de la presión no se ve afectada por las pérdidas de presión que tienen lugar entre la bomba de presión y la cavidad de expansión, lo que ocurriría en el caso de considerar la presión del gas como la presión del gas de inyección en la bomba.

De lo visto se deduce que van a ser cinco los parámetros de salida que esta sonda presiométrica proporciona en un ensayo de arena en celda de calibración. Dichos parámetros corresponden a los tres desplazamientos radiales medidos en la sección media de la membrana y que distan 120° , a la media de los desplazamientos y a la presión de gas de expansión.

Este presiómetro también tiene la capacidad de medir la presión de poro del medio. En el presente trabajo al tratarse de ensayos sobre arenas secas los transductores de presión de poro no se emplean.

Con el presiómetro citado pueden realizarse tanto ensayos controlando la carga o presión del gas en la cavidad presiométrica, como ensayos controlando la deformación o desplazamiento de la membrana. La velocidad de deformación puede variar de un 0,1% por hora a un 2% por minuto en términos de deformación tangencial en el borde de la cavidad.

AIII.2.5.2 Sistema de autoperforación. El objetivo de la técnica de autoperforación es situar el presiómetro, más concretamente el módulo de medida que se acaba de describir, a la profundidad deseada alterando lo menos posible el medio que rodea la zona objeto de estudio.

Cuando se trabaja en celda de calibración con deposición pluvial no se produce alteración del medio y el sistema de autoperforación no se emplea. Sin embargo se ha considerado importante describir brevemente las características de la sonda empleada.

La técnica de autoperforación consiste en introducir lentamente en el terreno la sonda presiométrica. Para ello y al no disponer de un sondeo previo, la perforación la realiza el mismo presiómetro a través del sistema de autoperforación. En la parte inferior del presiómetro está situada una herramienta rotante de filo cortante que disgrega el terreno que encuentra a su paso. El terreno fracturado se evacua mediante una corriente continua de agua que proviene de la superficie y que mediante un sistema de circulación inversa transporta los detritus de perforación a la superficie por el interior de la sonda.

De esta forma y suponiendo condiciones ideales de instalación, el volumen que ocupa el terreno evacuado es sustituido inmediatamente por el volumen de la sonda, de modo que no se producen desplazamientos laterales en las paredes del sondeo o variaciones en el contenido de agua del terreno, fenómenos muy frecuentes sobre todo en terrenos arenosos.

AIII.3 FASES DEL ENSAYO SBP EN CELDA DE CALIBRACIÓN

A continuación se hace una descripción breve de los pasos seguidos para la realización de los ensayos presiométricos de arenas en celda de calibración, es decir, de la inserción de la sonda, de la formación de la muestra de arena, de las condiciones de contorno aplicadas sobre ella, de la prueba de expansión propiamente dicha y de la determinación por último, de la densidad de la muestra (Figura AIII.3).

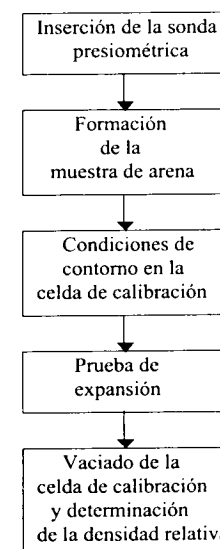


Figura AIII.3. Fases del ensayo SBP en celda de calibración.

AIII.3.1 Inserción de la sonda presiométrica

La colocación del presiómetro ha tenido lugar antes de la formación de la muestra de arena, que como ya se ha dicho se forma mediante la técnica de deposición pluvial con el fin de conseguir una instalación ideal.

Los ensayos realizados han sido de dos tipos con el fin de estudiar si la posición del presiómetro influye en los resultados del experimento. Ensayos con el presiómetro colocado en su posición natural, es decir, el sistema autopercutor en la base, y ensayos con el presiómetro invertido, es decir, el sistema de perforación en la zona superior. En ambos casos, para favorecer la deposición uniforme de la arena alrededor de la sonda, se ha colocado sobre la misma un cilindro metálico de su mismo diámetro que llega hasta el difusor. Este cilindro hueco también sirve para alojar el cable que sostiene a la sonda en su posición natural, el conducto por donde se introduce el gas de expansión y el resto de los cables de medida. De los ensayos llevados a cabo se deduce que la posición (natural-invertida) no afecta prácticamente a los resultados del experimento.

AIII.3.2 Formación de la muestra de arena

Como ya se ha dicho la muestra se forma, una vez que se ha introducido la sonda presiométrica, mediante la deposición pluvial de la arena vía el distribuidor fijo de arena. Durante esta fase de deposición la membrana lateral que rodea a la muestra se mantiene en su posición gracias a una chapa metálica en forma de cilindro que ocupa la cavidad lateral. Una vez finalizada la deposición se quita el distribuidor fijo, se elimina la arena sobrante de la zona superior, se sitúa la placa de aluminio y se retira la chapa cilíndrica que mantenía en su posición a la membrana lateral. Por último se coloca la tapa rígida en la parte superior con lo que queda perfectamente aislada la muestra. El aire que pudiese haber en la cavidad lateral se elimina mediante una circulación de agua por su interior durante unas dos horas.

AIII.3.3 Condiciones aplicadas en el contorno

En un ensayo en celda de calibración se pueden aplicar todo tipo de tensiones de confinamiento sobre la muestra. Con la metodología descrita se pueden conseguir muestras de arena normalmente consolidadas (NC) o sobreconsoli-

dadas (OC) en condiciones K_0 aumentando o disminuyendo la tensión vertical y manteniendo la variación de volumen de agua en el exterior de la muestra igual a cero.

Una vez alcanzado el nivel de carga deseado se puede imponer una de las cuatro condiciones de contorno siguientes:

- Tensión vertical ($\sigma_v=cte$) y horizontal ($\sigma_h=cte$) constantes.
- Deformación horizontal y vertical nulas ($\epsilon_v=\epsilon_h=0$).
- Tensión vertical constante ($\sigma_v=cte$) y deformación horizontal nula ($\epsilon_h=0$).
- Tensión horizontal constante ($\sigma_h=cte$) y deformación vertical nula ($\epsilon_v=0$).

En todas las pruebas analizadas en este trabajo de tesis se ha considerado la primera condición de contorno de las citadas.

AIII.3.4 Prueba de expansión

Los ensayos presiométricos estudiados se han realizado controlando la deformación con una velocidad de deformación tangencial a la cavidad de aproximadamente un 1% por minuto. La deformación tangencial (ϵ_θ) es realmente la deformación que nos proporcionan los transductores ya que,

$$\epsilon_\theta = \frac{-\xi}{r}$$

donde ξ es el desplazamiento en la dirección del radio que experimenta la membrana y r el radio genérico de la cavidad.

En algunas pruebas se han realizado durante la fase principal de carga varios ciclos de descarga-recarga, y durante la fase principal de descarga algún ciclo de carga-descarga.

AIII.3.5 Determinación de la densidad relativa de la muestra

Una vez finalizado el experimento presiométrico se retira de la celda de calibración la arena y se pesa en una balanza de alta precisión. A continuación, para determinar el volumen de la muestra de arena se llena de agua el volumen de la celda ocupado por la muestra de arena, se extrae y se pesa también en la balanza de precisión. Conocido el peso de la muestra, el volumen que ocupa y el peso de agua que corresponde a ese volumen es posible conocer cuál es la densidad relativa de la muestra de arena ensayada.

AIII.4 EVALUACIÓN DE LA PRESIÓN HORIZONTAL INICIAL

En un ensayo SBP se admite que la inserción de la sonda se realiza con una alteración mínima del terreno que circunda a la sonda. Por este motivo se puede medir la presión geostática horizontal total (σ_h) que existe en el medio a la profundidad donde se sitúa el módulo de medida antes de realizarse el ensayo. Por tanto el valor de la presión geostática horizontal total inicial (σ_{ho}) corresponde con el valor de la presión inicial (p_o) de gas sobre la membrana que mide el presiómetro. Este valor hace referencia a la presión a la que se produce la separación de la membrana del cilindro metálico y se conoce como presión de "lift-off".

En los ensayos en celda de calibración lo dicho hasta este momento acerca de la presión total horizontal y la presión de separación de la membrana del cilindro metálico debería verificarse con mayor motivo debido a la instalación "ideal" llevada a cabo. Sin embargo se ha observado que los valores de σ_{ho} y p_o no siempre coinciden, sobre todo en muestras de arena densa. Las posibles causas de esta no coincidencia son tres:

- La existencia de una concentración de tensiones alrededor de la sonda. Esto supondría que $p_o \geq \sigma_{ho}$.
- La existencia de una zona de arena menos densa que el resto de la muestra alrededor de la sonda. Lo que supondría que $p_o \leq \sigma_{ho}$.
- La falta de precisión en las medidas de los desplazamientos radiales.

De las tres la que se ha considerado más decisiva ha sido la última, que se refiere a la sonda empleada. Las dos primeras tienen que ver con la forma-

ción de la muestra que en principio debiera ser uniforme al haberse realizado en condiciones "ideales".

Las medidas resultaron menos dispares al modificar los transductores, es decir los valores de σ_{ho} y p_o se aproximaron. Las diferencias permanecían en los ensayos donde la pendiente inicial de la curva ($\sigma_h - \epsilon_\theta$) era mayor, que corresponde a materiales poco deformables, es decir, a arenas densas.

Por lo tanto con el procedimiento descrito se logra que la alteración del medio durante la realización del ensayo sea mínima, o lo que es lo mismo que el ensayo se realice en condiciones ideales. Además, gracias a la deposición pluvial se consigue una muestra homogénea e isotropa. Un ensayo presiométrico, bajo unas condiciones de contorno determinadas y sometido a una historia de carga particular, proporcionará como respuesta una curva representada en los ejes presión sobre la cavidad versus deformación de la pared de la cavidad.

De esta forma los datos experimentales obtenidos en cada experimento serán representativos de la muestra y se tomarán de base para un ajuste con las curvas obtenidas para diferentes modelizaciones del ensayo presiométrico. Al ser mínima la alteración del medio también será bastante fiable en principio, el primer tramo de la fase de carga que es el que más se ve afectado por la alteración del medio al introducir la sonda. En todos los ensayos que se analizan en esta tesis se considera únicamente el tramo de curva correspondiente a la fase de carga del ensayo.

AIII.5 CARACTERÍSTICAS GENERALES DE LAS ARENAS

AIII.5.1 Introducción

Desde un punto de vista ingenieril el suelo está formado por todos aquellos materiales de la superficie de la corteza terrestre susceptibles de ser desplazados por una azada. Estos materiales suelen estar formados por granos, agua y aire, es decir por componentes de las tres fases: sólida, líquida y gaseosa. El contenido de agua y aire en suelo varía en función de las condiciones ambientales por lo que cuando se habla de suelo se suele hablar propiamente

de su fase sólida. La fase líquida y gaseosa se engloban en el índice de poros o en la porosidad.

Los suelos granulares que tienen un tamaño de grano comprendido entre 2 mm. y 0,05 ó 0,02 mm dependiendo de la clasificación que se use, se llaman arenas. Sobre este tipo de material, las arenas, es sobre el que se ha desarrollado el trabajo que aquí se describe. En el comportamiento de las arenas influyen distintos factores: características del suelo, estado de tensiones, grado de compactación, historia de carga etc.

AIII.5.2 Características del suelo

La granulometría, el tamaño de grano, la angulosidad y rugosidad de los granos, la dureza de los minerales ... son características del suelo que afectan a su compresibilidad. A igualdad de densidad relativa, historia de carga y estado tensional cuanto más homogénea es la granulometría menor es la compresibilidad de la arena, mientras que si aumenta la angulosidad de los granos aumenta su compresibilidad. Por otro lado el aumento del tamaño y de la rugosidad de los granos conlleva una reducción de la compresibilidad. El hecho que un suelo sea más o menos propenso a la rotura de sus granos depende del tipo de mineral, de la forma del grano y del nivel de tensiones. Por último se puede decir que en general, a igualdad del resto de los factores, la compresibilidad aumenta al disminuir la dureza.

AIII.5.3 Estado de tensiones

Indica el estado tensional al que se encuentra sometido la arena que se está estudiando. Cuando la arena está sometida a una tensión horizontal considerable existe menor tendencia al cambio de volumen y al asiento o subsidencia del suelo. Si en un suelo se retira una sobrecarga vertical permanece un cierto porcentaje de tensión horizontal (K_0 coefficient of lateral earth pressure at rest). El coeficiente K_0 se define como el ratio tensión horizontal/tensión vertical en un estado de equilibrio (deformación nula). También se pueden incluir aquí factores como la situación y variación del nivel freático o estados pretensionales o predeformativos.

AIII.5.4 Grado de compactación

El nivel de compactación tiene que ver con la disposición, forma y orientación de los granos y con la densidad del medio. Es muy importante conocer cuál es el nivel de compactación inicial y su variabilidad en el medio que se quiere estudiar. Si el medio está compuesto por materiales sueltos de gran variabilidad se producirán asentamientos grandes. Por el contrario en depósitos de arenas densas apenas habrá asentamientos y la arena se expandirá ante esfuerzos cortantes.

AIII.5.5 Historia de carga

Este es el factor que más afecta a la compresibilidad de los suelos granulares. Si el medio ha sido previamente cargado o deformado su compresibilidad será menor. La compresibilidad de los suelos normalmente consolidados es por lo menos entre cinco y treinta veces mayor que la compresibilidad de los suelos sobreconsolidados o que han sufrido deformaciones previas.

AIII.5.6 Parámetros ingenieriles

En el diseño geotécnico los parámetros geotécnicos están relacionados con la resistencia al corte y con la deformabilidad. Los primeros hacen referencia a la capacidad portante o estabilidad del medio, mientras que los segundos se refieren a los asentamientos o hundimientos. En general se suele dar mayor importancia a los aspectos deformativos. Los parámetros más frecuentemente empleados en cada caso son respectivamente el ángulo de fricción de pico y el módulo cortante secante.

AIII.5.7 Arenas estudiadas

La arena que se ha empleado durante la experimentación tanto en los ensayos triaxiales como en los presiométricos, y que posteriormente ha sido objeto de un estudio de retroanálisis, es la arena de Ticino (Italia), concretamente la arena TC-4. La curva granulométrica característica de esta arena se muestra en la Figura AIII.4. Como se puede apreciar se trata de una arena muy uniforme de grano intermedio. Otras características importantes de esta arena son las siguientes:

- Mineral predominante cuarzo (30%).
- Mica (5%).
- Peso específico máximo ($\gamma_{max}=17.05 \text{ kN/m}^3$).
- Peso específico mínimo ($\gamma_{min}=13.98 \text{ kN/m}^3$).
- Angulosidad según la clasificación de Lee (8-9).

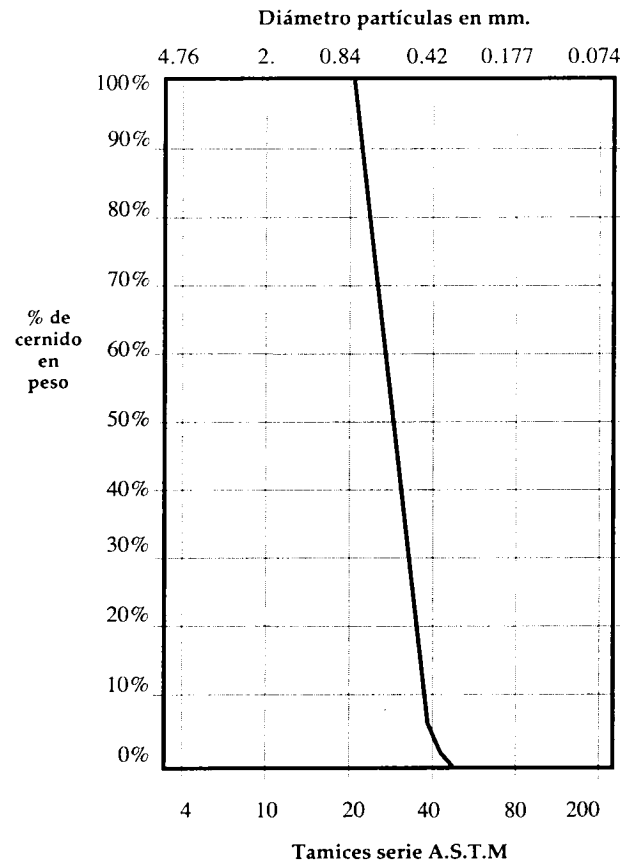


Figura AIII.4. Curva granulométrica de la arena del Ticino (TC-4)

Además, para la interpretación de los ensayos presiométricos drenados es preciso conocer el ángulo de resistencia al corte a volumen constante (ϕ_{cv}). Al no depender este ángulo de la densidad inicial del medio puede ser determi-

nado a partir de muestras de arena alteradas. La única condición necesaria para que su determinación sea lo más precisa posible es que se puedan alcanzar niveles de deformación elevados. Por este motivo se suele emplear para su determinación el ensayo de corte torsional. El valor del ángulo de fricción a volumen constante en los suelos granulares presenta un estrecho rango de variación, desde 30° a 40° como puede verse en la Tabla AIII.5 [Roberston, 1982].

Tipo de suelo	Angulo de fricción a volumen constante ϕ_{cv}
Depósito aluvial de buena gradación	gravas y arenas 40°
Arena grosera uniforme	37°
Arena media de buena gradación	37°
Arena media uniforme	34°
Arena fina de buena gradación	34°
Arena fina uniforme	30°

Tabla AIII.5. Rango de variación del ángulo de resistencia al corte a volumen constante.

Se puede apreciar que se asignan valores menores del ángulo de fricción a volumen constante a las arenas de grano más redondeado y valores mayores para las arenas con granos más angulosos. En el caso de las arenas del Ticino (TS-4), arenas con buena gradación, se ha considerado un ángulo de fricción a volumen constante de 34° o 35° dependiendo de quien las haya estudiado.

AIII.5.8 Comportamiento de los ensayos sobre las arenas TC-4

Como fruto de las estancias breves llevadas a cabo en el Ismes se ha estudiado cuál es el comportamiento de este tipo de arena a partir de un conjunto de ensayos triaxiales y presiométricos. Con ellos se ha realizado un trabajo de comparación tratando siempre que los ensayos comparados difirieran tan sólo en una propiedad o factor con el fin de apreciar la influencia de dicha variable en el comportamiento de la arena.

AIII.5.8.1 Ensayos triaxiales. Con los datos disponibles de la base de datos del Ismes se han realizado dos tipos de gráficos para poder determinar cómo influye cada uno de los parámetros. Uno muestra la relación entre la deforma-

ción axial (EPS(A)) y la deformación volumétrica (EPS(V)), mientras que el otro relaciona la deformación axial (EPS(A)) con la tensión desviadora (SIG(A)-SIG(R)) normalizada con la presión de confinamiento (SIG3C).

En esta comparación se ha puesto especial atención en la densidad relativa de la arena (DR), en el ratio de sobreconsolidación (OCR), en la presión de confinamiento (SIG3C), en el tipo de consolidación y en la historia o camino de carga.

Del estudio de comparación llevado a cabo a partir de los gráficos mencionados han obtenido las siguientes conclusiones relativas al comportamiento de las arenas TC-4:

- Cuanto mayor es la densidad relativa (DR) mayor en la fase de expansión de la arena ($\epsilon_v < 0$) y menor su fase de compresión ($\epsilon_v > 0$).
- Cuanto mayor es la densidad relativa de la arena mayor es esfuerzo que se necesita para alcanzar la rotura.
- A igualdad de densidad relativa elevada, la expansión de la muestra es menor cuanto mayor es la presión de confinamiento.
- Bajo una presión de confinamiento grande y a igualdad del resto de los factores, la rotura se produce a una tensión menor.
- A igualdad de densidad relativa, una muestra consolidada con un tipo de consolidación isotrópica drenada (CID), rompe a mayor tensión que aquella que se ha consolidado con una consolidación tipo CK_0D .
- Una muestra con una historia de carga de expansión (EPC), a igualdad del resto de los factores, precisa de mayor tensión para alcanzar la rotura que cuando se carga mediante compresión (CPC).
- Una historia de carga de compresión (CPC), a igualdad del resto de los factores, necesita de mayor tensión para alcanzar la rotura que un camino de carga a presión axial constante (P-const.) y que un camino de carga a presión desviadora constante (S-const.), que es el que necesita de menor tensión.
- Una muestra consolidada con CK_0D , a igualdad del resto de los factores, rompe a mayor tensión que una consolidada mediante CID, y además la rotura se produce con menor deformación axial.
- A igualdad del resto de los factores, una muestra con una historia de carga CPC rompe frágilmente, mientras que la cargada con P-const. o S-const. presenta endurecimiento.

Para una misma tensión de confinamiento la evolución de una arena densa y de una arena suelta al aumentar el ratio desviador (σ_1/σ_3) aparece reflejada en la Figura AIII.6. [Manassero, 1987].

En esta figura se aprecia el comportamiento dilatante de la arena densa que alcanza el ángulo de fricción de pico (ϕ_p), para posteriormente llegar al valor del ángulo de fricción a volumen constante (ϕ_{cv}) que corresponde con el valor de la densidad relativa en el que la deformación se produce a volumen constante. También se observa que el volumen de una arena suelta disminuye cuando crece la relación σ_1/σ_3 y como la arena alcanza la densidad relativa crítica mediante un proceso de endurecimiento. Por tanto en el caso de arenas sueltas el valor de ϕ_{cv} corresponde con la resistencia mayor en términos de ángulo de fricción.

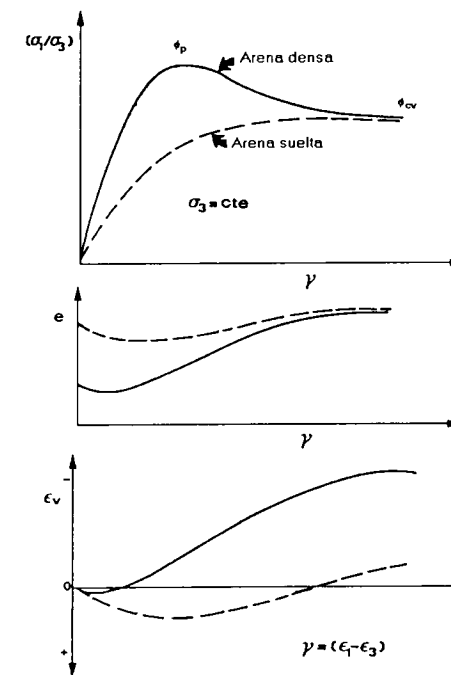


Figura AIII.6. Relación entre el ratio desviador (s_1/s_3), el índice de poros (e) y la deformación volumétrica (ϵ_v) con la deformación cortante (γ).

Por otro lado también puede afirmarse que una arena de alta densidad relativa puede tener un comportamiento con endurecimiento cuando las presiones de confinamiento son muy altas y, de la misma forma una arena de baja densidad relativa puede presentar una rotura frágil si las presiones de confinamiento son suficientemente pequeñas.

La densidad relativa y la presión de confinamiento son los factores que más influyen en el ángulo de fricción de pico. El índice de sobreconsolidación (OCR) influye principalmente en la deformabilidad. En lo que se refiere a la rotura, a paridad de densidad relativa, una arena normalmente consolidada (NC) y una sobreconsolidada (OC) presentan prácticamente la misma zona de rotura.

AIII.5.8.2 Ensayos presiométricos. Los datos que se emplean en este apartado para estudiar el comportamiento de la arena TC-4 corresponden a la respuesta de una serie de ensayos presiométricos realizados en celda de calibración. A la hora de comparar las respuestas de los diferentes ensayos se ha puesto especial atención en la presión interna de la cavidad presiométrica y en las tensiones vertical (SIGvo) y horizontal (SIGho) aplicadas en la celda de calibración. Los casos estudiados corresponden con aquellos en los que las condiciones de contorno son presión vertical (σ_v) y presión horizontal (σ_h) constantes. La representación que se ha realizado para la comparación de ensayos ha sido la más frecuente, es decir, aquella en la que se representa la deformación tangencial o circunferencial (ε_θ) con la presión del interior de la cavidad (p).

Del estudio realizado se pueden establecer las conclusiones siguientes:

- A igualdad del resto de los factores, la muestra de arena de densidad relativa mayor precisa de una presión en el interior de la cavidad más grande para alcanzar el mismo nivel de deformación.
- Para un mismo ratio de sobreconsolidación (OCR), si la densidad de una muestra A es mayor que la de una muestra B ($DR_A > DR_B$) y la presión vertical sobre la muestra B es mucho mayor que sobre la muestra A ($(SIGvo)_A \ll (SIGvo)_B$) entonces la muestra B precisa de mayor presión en la cavidad para alcanzar el mismo grado de deformación que la muestra A.
- A igualdad de densidad relativa, cuanto más grande es la presión vertical (SIGvo) tanto mayor es la presión que se necesita para alcanzar un mismo nivel de deformación, independientemente del valor del índice de sobreconsolidación. Excepto en el caso en el que la diferencia de OCR sea muy grande. Cuando esto ocurre el OCR tiene más influencia que la SIGvo, a partir de un determinado valor de SIGvo.
- A igualdad de densidad relativa y de tensión vertical (SIGvo) la muestra con mayor índice de sobreconsolidación (OCR) necesita mayor presión para alcanzar el mismo nivel de deformación.
- A igualdad del resto de los factores, para pequeñas variaciones de la densidad relativa (DR) y de la tensión vertical (SIGvo), la influencia de la primera (DR) es más significativa que la de la segunda (SIGvo). Una muestra A con una densidad relativa mayor que la de una muestra B ($DR_A > DR_B$), aunque $(SIGvo)_A < (SIGvo)_B$, necesita mayor presión en la cavidad para alcanzar el mismo nivel de deformación que la muestra B.